N° D'ORDRE :
82

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Jean GUITTARD
Licencié ès sciences

1re THÈSE. — DISCONTINUITÉS AU VENTRE D'UN TUYAU SONORE.

2e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 12 janvier 1946 devant la Commission d'examen.

MM. DUPOUY ..... *Président.*
CATHALA .....
CARRIÈRE ..... } *Examinateurs.*

PARIS
MASSON ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1946

FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du candidat : **GUITTARD.**

Prénom : **Jean.**

Date de la soutenance : 12 janvier 1946.

Numéro d'ordre : 82.

GUITTARD (Jean). — Discontinuités au ventre d'un tuyau sonore. — *Paris,* Masson, 1946. In-8°, 48 p., 39 fig.

Thèse Sc. Phys., 1946. N° 82.

GUITTARD (Jean). — Discontinuités au ventre d'un tuyau sonore. — *Paris,* Masson, 1946. In-8°, 48 p., 39 fig.

Thèse Sc. Phys., 1946. N° 82.

GUITTARD (Jean). — Discontinuités au ventre d'un tuyau sonore. — *Paris,* Masson, 1946. In-8°, 48 p., 39 fig.

Thèse Sc. Phys., 1946. N° 82.

GUITTARD (Jean). — Discontinuités au ventre d'un tuyau sonore. — *Paris,* Masson, 1946. In-8°, 48 p., 39 fig.

Thèse Sc. Phys., 1946. N° 82.

N° D'ORDRE :
82

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Jean GUITTARD
Licencié ès sciences

1re **THÈSE**. — DISCONTINUITÉS AU VENTRE D'UN TUYAU SONORE.

2e **THÈSE**. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 12 janvier 1946 devant la Commission d'examen.

M.M. DUPOUY ..... *Président.*
CATHALA ..... } *Examinateurs.*
CARRIÈRE ..... }

PARIS
MASSON ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1946

UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

FACULTÉ DES SCIENCES

PERSONNEL

Administration.

MM. Dupouy..... Doyen.
Mignonac..... Assesseur.

Honorariat.

Deltheil ..... } Doyens honoraires, professeurs honoraires.
Dop..... }
Jacob ..... Professeur honoraire.
Bertrand ..... Professeur honoraire.
Drach..... Professeur honoraire.
Bouasse..... Professeur honoraire.
Sourisseau..... Professeur honoraire.
Clarens..... Professeur honoraire.
Camichel... ..... Professeur honoraire.
Mengaud..... Professeur honoraire.
Buhl ... ... Professeur honoraire.
Duffour ..... Professeur honoraire.

Professeurs.

Roy ..... Mécanique rationnelle et appliquée.
Vandel ..... Zoologie.
Cathala..... Chimie physique et électrochimie.
Mignonac ... ... Chimie générale.
Despax ..... Zoologie appliquée et hydrobiologie.
Escande ..... Mécanique des fluides
Jacques ..... Mathématiques générales.
Dupouy..... Physique.
Pichot ..... Physique.
Gaussen ..... Botanique.
Castéras..... Géologie.
Bedos ..... Chimie.
Chalaud ..... Botanique agricole.
N..... Calcul différentiel et intégral.
N..... Minéralogie.

Professeur sans chaire.

Nouvel ..... Zoologie.

Maîtres de conférences.

Dupin..... Electrotechnique.
Teissié-Solier..... Electrotechnique.
Capdecomme ..... Minéralogie.
Gallais ..... Chimie.

Secrétariat.

Ducros..... Secrétaire.

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

DISCONTINUITÉS
AU VENTRE D'UN TUYAU SONORE

Par M. J. GUITTARD,

Maître de Conférences à l'Institut Catholique de Toulouse.

SOMMAIRE. — Un tuyau sonore, fermé à l'une de ses extrémités, est entretenu à l'autre par un téléphone dépolarisé, branché sur le secteur. On se propose d'étudier les modifications apportées au mouvement par différentes discontinuités, introduites au ventre unique de ce tuyau. On étudiera simultanément les variations de phases et d'amplitudes. Beaucoup de ces mesures sont faites de deux manières : au moyen de capsules manométriques et au moyen de poussières d'amidon, entraînées par l'air en vibration.

Une première discontinuité consiste à ouvrir le tuyau au ventre, et à le mettre en communication avec un volume : soit infini (atmosphère), le diamètre de l'ouverture étant variable ; soit fini, constitué par un tuyau de même diamètre et de longueur variable.

En mettant en communication avec l'atmosphère, on constate qu'il n'y a plus opposition de phase entre les variations de pression aux deux extrémités du tuyau ; ceci est dû au fait que l'onde existant dans le tuyau n'est qu'une onde quasistationnaire.

A ces phénomènes nous rattacherons l'ouverture d'un petit trou dans la paroi terminant le tuyau, à l'opposé du téléphone. Tant que ce trou est petit, il équivaut à un raccourcissement du tuyau ; il y a modification de la différence de phase et diminution d'amplitude.

Mettre le ventre du tuyau en communication avec un second tuyau revient à étudier une dérivation, qui peut être soit en T soit en Y, la branche inférieure contenant le téléphone. Lorsque l'une des deux branches a seule une longueur convenable pour la résonance, elle prend à peu près toute l'énergie et le mouvement est inexistant dans l'autre, même si celle-ci a une longueur voisine de celle de la résonance. La première agit donc comme filtre.

Nous rattacherons à cette question la modification de la différence de phase due à l'introduction dans le tuyau d'un corps de volume et de position variables. Près d'un nœud cela équivaut à un raccourcissement du tuyau ; près du ventre, à un allongement.

La deuxième discontinuité étudiée consiste à placer au ventre (le tuyau étant fermé) des obstacles de formes différentes, mais suffisamment petits pour ne pas modifier sensiblement le mouvement dans le reste du tuyau.

Certaines poussières d'amidon décrivent, au voisinage de ces obstacles, des ellipses bien localisées, dites « stationnaires ». Elles sont d'ailleurs associées à une circulation de sens très précis, dont la période est totalement différente de celle du mouvement vibratoire lui-même.

Je rattache l'origine de ces trajectoires et de la circulation à la théorie classique des lignes de courant (au moins dans le cas d'un obstacle ayant la forme d'un cylindre circulaire).

Une difficulté provient de l'amplitude que j'ai dû prendre assez grande (0,2 mm. environ) pour que les mesures soient possibles. L'explication des phénomènes exige des modifications des lignes de courant dont l'expérience confirme l'existence.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Physique de l'Institut Catholique de Toulouse, et sous la direction dévouée de M. Z. Carrière, professeur de Physique dans cet établissement. Je lui exprime toute ma reconnaissance pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée.

Je remercie aussi tout particulièrement M. le doyen Dupouy, professeur de Physique Générale à la Faculté des Sciences de Toulouse, de l'intérêt qu'il a porté à ce travail et des conseils qu'il m'a donnés.

CHAPITRE PREMIER

Appareillage.

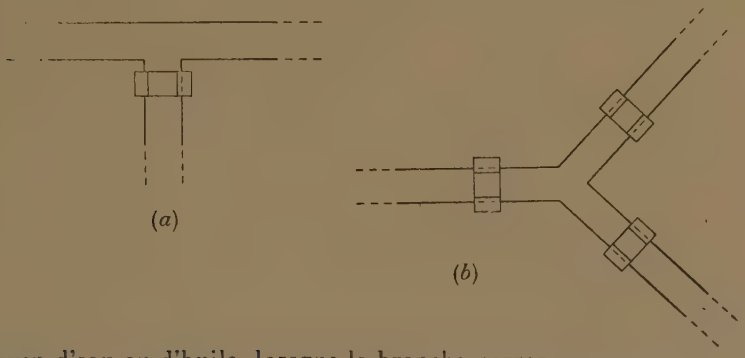
Tuyau. — Les expériences ont été faites avec un tuyau de laiton, ayant 4 cm. de diamètre, 1 mm. d'épaisseur. Sa longueur varie de 166 à 182 cm., soit à peu près une demi-longueur d'onde pour la fréquence 100 que donne le téléphone dépolarisé.

Ce tuyau comporte, vers son milieu, une ouverture sur laquelle on peut brancher une dérivation perpendiculaire (dérivation en T). La branche latérale, de même diamètre que le tuyau principal, ayant une longueur variable de 80 à 90 cm.

Le branchement est réalisé au moyen d'un court raccord fileté, soudé au tuyau principal contre lequel la branche de dérivation, munie d'un collet épais et bien dressé, est appliquée au moyen d'un écrou à collet (fig. 1 *a* et 1 *c*). Un anneau de caoutchouc assure l'étanchéité, qui d'ailleurs est, avant toute mesure, vérifiée au moyen du gaz d'éclairage.

Un autre tuyau en laiton de même diamètre et de même épaisseur, comporte une dérivation en Y (symétrique). Il est constitué par une pièce centrale en laiton massif, portant les trois ajutages filetés contre lesquels sont appliqués, comme ci-dessus, au moyen d'écrous à collet, les trois tubes dont les longueurs sont voisines de 80 cm. (fig. 1*b*). L'angle des deux branches de l'Y est de 89° 1/3.

Les tuyaux sont fermés aux extrémités. L'un est fermé par la plaque du téléphone, portée par une coulisse extérieure ; les autres, soit de la même manière (coulisse extérieure ou intérieure, fig. 2*a*), soit au



moyen d'eau ou d'huile, lorsque la branche correspondante est verticale (fig. 2*b*). L'eau, primitivement utilisée, a été remplacée par de l'huile, pour éviter les perturbations provenant de sa vapeur. Malheureusement, au bout d'un certain temps, l'huile s'épaissit par oxydation et circule difficilement. Avant de faire des mesures, il faut s'assurer que le niveau de l'huile est bien stabilisé.

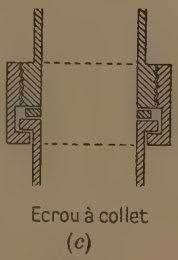


Fig. 1.

La lecture des longueurs verticales se fait au moyen d'un tube de verre relié au réservoir contenant le liquide. La longueur des tubes, mesurée

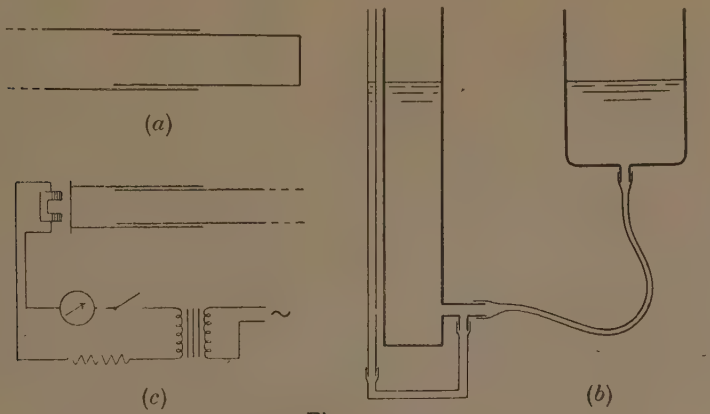


Fig. 2.

à 1 mm. près, est comptée à partir du centre du raccordement. Dans le cas de fermeture par coulisse, l'étanchéité est assurée au

moyen de cire molle, et vérifiée par le gaz d'éclairage, que l'on chasse ensuite par un courant d'air.

Enfin, les mesures ont été faites en grande partie à une température voisine de 18°. Les expériences du chapitre II ont été faites à une température voisine de 23°, d'où une différence des longueurs employées due à la variation de la vitesse de propagation.

Soit a cette vitesse ; pour un tuyau de longueur L fermé aux deux extrémités et une fréquence N par seconde, la théorie élémentaire donne pour le son fondamental : $L = a/2N$, d'où, en différenciant : $dL/L = da/a$ et comme $a = k\sqrt{1+\alpha t}$, on a encore : $dL/L = \frac{\alpha dt}{2(1+\alpha t)}$, ce qui donne pour une variation de température de 5°, $dL/L = 5/2 \times 278 = 1/100$ environ. Pour une longueur L voisine de 170 cm. cela donne : $dL = 1{,}7$ cm.

Source sonore. — C'est un téléphone dépolarisé, branché sur le secteur, donnant par conséquent la fréquence 100. Un transformateur et un ou plusieurs rhéostats donnent l'intensité convenable ; celle-ci est mesurée à un milliampère près avec un milliampèremètre thermique. L'intensité peut varier de 10 à 100 milliampères (fig. 2c). La fréquence du courant du secteur est contrôlée par un fréquence-mètre de Chauvin et Arnoux dont l'équipage mobile est constitué par deux cadres rectangulaires. Les variations observées n'ont jamais dépassé 2 o/o.

Microscope et photographie. — 1° *Poudre d'amidon.* — Au moyen d'une petite poire de caoutchouc, on injecte au lieu d'observation (au ventre du tuyau principal) de la poudre d'amidon (poudre de riz des coiffeurs). Comme l'a montré M. Carrière (1), on n'a pas ainsi de véritables grains d'amidon, mais « des débris ou fragments des enveloppes dont l'emboîtement, quand elles sont entières et imbriquées, constitue un grain d'amidon. La forme de ces débris est variable, mais leur dimension, notablement inférieure à 10 microns, oscille autour de 2 microns ». Si quelques grains sphériques (de 10 à 12 microns de diamètre) se trouvent dans le mélange, ils sont facilement reconnaissables à leur plus grande luminosité, associée à une plus grande vitesse de chute. Comme les mesures et surtout la photographie exigent le plus grand calme dans le champ d'observation, un certain temps doit s'écouler entre l'injection de l'amidon et son utilisation. Les gros grains reposent alors sur la paroi inférieure du tuyau où ils ne jouent plus aucun rôle.

La question qui se pose est de savoir comment le mouvement des poussières représente le mouvement vibratoire de l'air. Soit ce dernier défini par : $x = a \sin 2\pi Nt$, le mouvement d'une poussière sera $y = b \sin(2\pi Nt - \varphi)$. Pour la poussière d'amidon employée et pour

des fréquences allant de 50 à 1 400 par seconde, M. Carrière a montré que l'on avait : $\varphi = 0$ et, en conséquence, $a = b$. Il s'en suit que le mouvement des poussières représente exactement en amplitude et en phase le mouvement vibratoire de l'air dans lequel elles sont et restent en suspension.

2° *Observation au microscope.* — L'observation dans une direction perpendiculaire à celle de l'éclairage est admissible. J'ai préféré éclairer les grains d'amidon, dans la direction exactement opposée à celle de l'observation, parce que ce mode d'éclairage fournit pour une même source lumineuse l'intensité maxima diffractée par les poussières. Le laboratoire de l'Institut Catholique dispose d'un microscope à projections que j'ai aisément adapté à cet usage (fig. 3).

Une lampe à court filament, du genre des lampes de phares d'automobile (6 volts, 100 watts) et susceptible d'être survoltée est placée en S. Un condenseur L donne une image réelle du filament au voisinage de l'axe du tuyau. Les poussières qui s'y trouvent envoient de

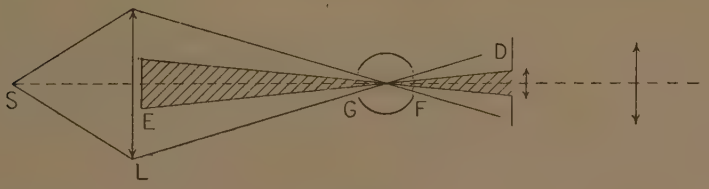


Fig. 3.

la lumière par diffraction vers l'objectif du microscope, dont l'axe rencontre la source S et le centre optique du condenseur L. Le tuyau comporte, au lieu d'observation, c'est-à-dire au ventre, deux glaces plan-parallèles et sensiblement parallèles entre elles. Le microscope a un objectif à long foyer (3 à 5 cm.). L'écran E de la figure, dimensionné pour le diaphragme D de l'objectif du microscope, empêche la lumière venant directement de S et non diffractée, d'atteindre l'objectif et d'aveugler l'observateur. Dans le champ, pratiquement noir, seules sont visibles les poussières, sources secondaires de lumière par diffraction.

La meilleure utilisation de la lumière exige que le cône ombré sur la figure s'appuie exactement sur le bord externe de l'écran E (collé sur la lentille L) et sur le bord interne du diaphragme D. Cela requiert à la fois des dimensions convenables de ces deux éléments et leur centrage exact sur l'axe du microscope. Trois vis à 120° permettent d'assurer ce centrage. En l'absence de poussières, la tache noire doit occuper exactement le milieu du champ.

Si le tuyau ne vibre pas, les poussières se détachent en points bril-

lants sur fond obscur (ultra-microscope) ; lorsque le tuyau vibre, on voit, par suite de la persistance des impressions lumineuses, des bâtonnets ou des ellipses suivant les cas.

Ces bâtonnets ou ces ellipses se déplacent. Il faut réduire la vitesse de ce déplacement autant que l'on peut. Il faut en particulier, pour cela, réaliser une étanchéité absolue du tuyau en tous ses points. Il faut aussi attendre après une injection de poussières que les mouvements tourbillonnaires provoqués se soient calmés. Malgré cela, les poussières ont encore un mouvement appréciable, qui rend très difficiles les mesures précises au microscope. C'est pour cela que la photographie est préférable.

3° *Photographie.* — C'est en vue de la photographie que j'ai fait choix de l'éclairage direct avec fond obscurci, grâce au jeu des diaphragmes associés E et D. Dans ce montage, en effet, la lumière utilisée est la lumière diffractée par les poussières au voisinage de la direction du faisceau incident ; cette direction donne une intensité maxima très supérieure à celle qu'on réalise en éclairant à 90°.

On peut photographier les bâtonnets ou les ellipses en adjoignant au microscope une chambre noire. La mise au point, dans l'observation comme dans la photographie, a peu d'importance, car il y a toujours quelques poussières qui sont au point ; elles sont facilement reconnaissables sur le cliché parce que les bâtonnets ou les ellipses au point sont plus noirs et plus fins.

Il suffit donc que le microscope soit au point pour des poussières ne s'éloignant pas trop de l'axe du tuyau, en avant ou en arrière. L'amplitude est d'ailleurs constante jusqu'à une faible distance des parois du tube (quelques millimètres) (2).

Les photographies sont prises sur film sensible (Kodak super XX ou Agfa) de format $4{,}5 \times 6$ cm. ou 24×36 mm. Le temps de pose est d'un peu plus de 1/100 de seconde (0,015), ce qui suffit, puisque la période est de 1/100 de seconde. On ne gagne rien à augmenter le temps de pose pour les ellipses qui sont en mouvement plus ou moins rapide ; les images correspondant à deux périodes successives ne se superposent pas généralement. Pour les bâtonnets on peut porter le temps de pose à 1/50 de seconde.

Par suite du déplacement, on n'obtient pas sur le cliché de véritables bâtonnets ou de véritables ellipses, au moins généralement ; mais la vitesse est assez petite pour que les mesures précises soient possibles, la translation des ellipses étant mesurable sur le cliché qui contient souvent deux sommets d'un même nom.

La chambre noire comporte un dispositif à réflexion (appareil Exacta), permettant la visée directe ; on peut ainsi ouvrir l'obturateur au moment le plus opportun.

Les amplitudes ne dépassant jamais 1 mm., les images photographiques ont des dimensions de 3 à 4 mm. La lecture des clichés se

fait sur un microscope à faible grossissement, avec un oculaire à chariot micrométrique de vingt divisions dont on peut apprécier le 1/10. Les divisions du micromètre sont assez longues pour perme tre l'encadrement des ellipses de Lissajous obtenues. Le même oculaire est employé, d'ailleurs, pour les mesures visuelles.

Enfin le système optique complet : source, lentilles, écrans, microscope, forme un tout rigide qui reste centré quels que soient le tirage et la translation du microscope. On vérifie et au besoin on rétablit le centrage en agissant sur l'une des trois vis qui fixent la position de la lentille L dans son plan, de manière à obtenir dans le microscope un champ obscur exactement centré sur l'axe optique.

Remarques. — Un nettoyage fréquent des glaces est nécessaire, à cause des poussières qui viennent s'y déposer. Le tuyau comporte, au voisinage des glaces, une ouverture convenable pour cela. Le nettoyage étant effectué, cette ouverture est fermée de façon étanche. Après un nettoyage, même peu énergique, les glaces sont électrisées par frottement ; il faut attendre un moment (quelques minutes) avant d'envoyer des poussières, elles aussi plus ou moins électrisées par le frottement qu'elles exercent les unes sur les autres et sur les ajutages. Une mise au sol du tuyau est aussi utile.

Peut-être un semi-platinage des glaces avec mise au sol serait-il préférable ? Je ne l'ai pas essayé.

4° *Loupe.* — Dans le cas où l'on veut étudier un champ très étendu, sans faire de mesures précises, il est possible, avec une intensité suffisante (80 à 100 milliampères) d'observer au moyen d'une loupe de distance focale 3 cm. Les amplitudes atteignent alors, en effet, 2 à 3 mm.

5° Une seule lentille condenseur L est représentée sur la figure. Lorsqu'on observe ou photographie des ellipses dont on veut connaître le sens de parcours, il faut une lentille convergente auxiliaire donnant une image réelle de S, qu'on peut faire éclipser périodiquement au moyen d'une lame vibrante, et pendant une fraction petite de la période. Lame et lentille auxiliaire sont reliées solidement aux autres parties de l'appareil et translatables avec lui sans nuire aux réglages.

Capsules et branchements. — I. *Capsules.* — Elles sont constituées par une membrane mince de caoutchouc, tendue de façon régulière ; elles sont mises en communication par un tube de longueur réglable, avec le lieu d'observation (nœud). Le mouvement vibratoire est transmis à un petit miroir de verre platiné. J'ai d'abord placé le miroir (6 à 7 mm. de diamètre) sur la capsule elle-même ; mais l'appareil est peu sensible. Le montage suivant est préférable.

La capsule porte en son centre un petit cône de moelle de sureau qui agit sur une légère feuille de papier (papier à cigarette), mobile

le long de sa ligne d'attache et qui porte le miroir. Trois sortes de réglages permettent de placer au mieux ce petit levier (fig. 4).

La sensibilité de ce système demande que le point d'application du sommet du cône de moelle de sureau soit près de la ligne d'attache. Mais, d'autre part, il faut que ce point soit aussi approximativement au centre de percussion. Le miroir ne peut donc être éloigné de la ligne d'attache ; il faut donc prendre un miroir de petites dimensions (2 ou 3 mm. de diamètre). On ne peut d'ailleurs diminuer ces dimensions au delà d'une certaine limite, car il devient inutilisable ; en particulier, à cause de la petitesse du champ qui rend difficile la recherche du point lumineux dans la lunette. La sensibilité est donc limitée. Elle est cependant bien supérieure à celle du premier système de montage du miroir.

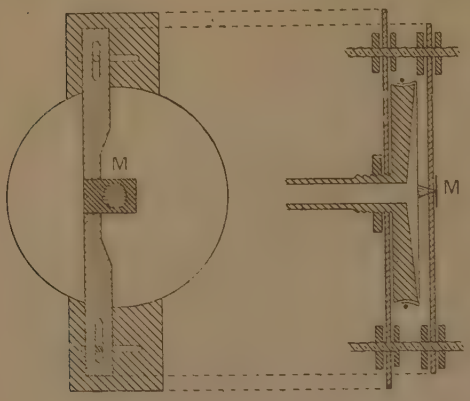


Fig. 4.

Comparons les déviations du miroir dans chacun des deux montages :

Dans le premier cas (le miroir est collé sur la membrane, fig. 5*a*) on a (α et θ sont petits) :

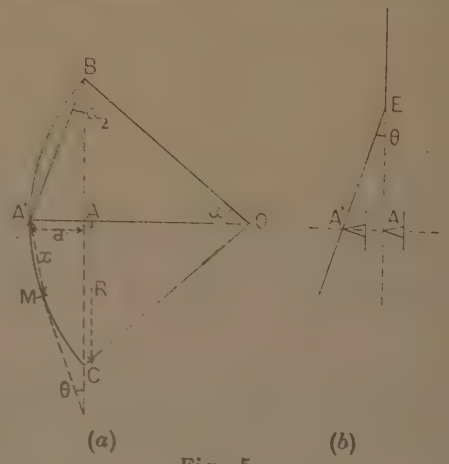
$\alpha/2 = AA'/AB$, $\alpha = 2a/R$.

De plus $\theta/x = \alpha/R$, d'où $\theta = 2ax/R^2$. Si on suppose que $a = 1/10$ mm.,

$R = 20$ mm.,

$x = 10$ mm.,

on a $\theta = 1/200 = 17'$.



(*a*) (*b*)

Fig. 5.

Dans le second cas (fig. 5*b*) on a : $\theta = AA'/AE = a/d$, si on prend $a = 1/10$ mm. et $d = 2$ mm., on a $\theta = 1/20 = 3°$, soit 10 fois plus.

II. *Raccordement.* — Les capsules sont reliées au point d'observation au moyen d'un tube de caoutchouc de diamètre intérieur égal à

3 mm. Il ne faut pas que l'ouverture du tuyau principal au point de branchement modifie le mouvement. Les capsules sont branchées à un nœud ou au voisinage immédiat d'un nœud. Il faut donc que l'état de l'onde existant dans le tube qui relie le tuyau principal à la capsule soit tel qu'il y ait un nœud au point de branchement. Les membranes des capsules, obéissant à une variation de pression, sont le plus sensibles lorsqu'il y a un nœud sur la capsule elle-même. Il faut donc théoriquement que la longueur du tube de raccordement soit égale à une demi-longueur d'onde ou à une longueur d'onde.

Le réglage est expérimental : une des deux capsules étant branchée de façon arbitraire, en un point quelconque, l'autre est branchée au fond du tuyau (lieu d'observation). On règle la longueur du tube de raccordement de la seconde de manière que la fermeture de ce tube (par pincement près du tuyau) ne change pas l'amplitude donnée par l'autre capsule.

La précision n'est pas grande (10 cm. environ). La longueur obtenue, de l'ordre de 90 cm., est fort loin de la demi-longueur d'onde correspondant à une vitesse de 340 m./sec. Cela est dû : d'une part, à ce que le tuyau est étroit et long ; d'autre part, à ce que la capsule forme un évasement du tube qu'elle termine et qui équivaut à un allongement ; en troisième lieu, la capsule est limitée par une paroi non rigide (membrane), ce qui équivaut encore à un allongement.

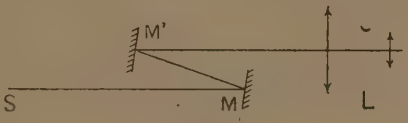


Fig. 6.

III. *Ellipses.* — Une source lumineuse S aussi petite que possible (petit trou fortement éclairé) est visée au moyen d'une lunette après réflexion sur les miroirs de deux capsules (fig. 6). On s'arrange pour que les oscillations des deux miroirs aient lieu autour de deux axes perpendiculaires entre eux et perpendiculaires à l'axe de la lunette. Lorsque les capsules fonctionnent, on observe des ellipses, exceptionnellement des segments de droite.

Les projections horizontales et verticales des ellipses mesurent les amplitudes aux points de branchement des capsules respectives. La mesure de ces projections et des axes de l'ellipse permet de calculer la différence de phase des mouvements aux deux points de branchement.

Soient A et B les projections, a et b les axes de l'ellipse ; la différence de phase, φ, est donnée par $\sin \varphi = \frac{ab}{AB}$.

En effet, la surface de l'ellipse peut s'exprimer de deux manières différentes : on sait d'abord que l'on a $S = \frac{\pi . a . b}{4}$. D'autre part, on peut prendre pour équations paramétriques de l'ellipse :

$$\left|\begin{array}{l} x = \frac{A}{2}\cos\omega t \\ y = \frac{B}{2}\cos(\omega t - \varphi) \end{array}\right. \quad \text{on en tire :} \quad \left|\begin{array}{l} dx = \frac{A}{2}(-\omega)\sin\omega t.dt \\ dy = \frac{B}{2}(-\omega)\sin(\omega t - \varphi).dt \end{array}\right.$$

d'où :

$$dS = \frac{1}{2}(x dy - y dx) = \frac{A.B}{8}\omega \sin\varphi . dt$$

et par suite :

$$S = \frac{A.B}{8}\omega \sin\varphi \int_0^T dt = \frac{A.B}{8}\omega \sin\varphi \ \frac{2\pi}{\omega} = \frac{A.B}{4}\pi \sin\varphi .$$

On a donc :

$$\pi . \frac{a.b}{4} = \pi . \frac{A\,B}{4}\sin\varphi ;$$

d'où :

$$\sin\varphi = \frac{a.b}{A\,B} .$$

La mesure de φ est indépendante des amplitudes relatives des capsules. En effet, soit par exemple $B = kB'$. La surface S calculée par la deuxième méthode devient $k\frac{A\,B'}{4}\pi \sin\varphi$. D'autre part la surface de la nouvelle ellipse s'obtient en la considérant comme la projection de la première sur un plan faisant avec le plan de celle-ci un angle ψ tel que $\cos\psi = k$ (si $k < 1$). La surface devient donc $k.\pi.\frac{a'.b'}{4}$ et on a toujours $\sin\varphi = \frac{a'.b'}{A.B'}$.

Comme manœuvre initiale, il faut mettre en phase les deux capsules. Pour cela, on les branche en un même point du tuyau et on règle les longueurs des deux tubes de raccordement, d'ailleurs à peu près égales, de façon à obtenir une ligne droite, qui doit être dans le quadrant formé par les directions positives des axes. Les sens positifs des axes sont les sens de déplacement du point lumineux qui correspondent à une augmentation de pression. On les détermine, le tuyau étant silencieux, en pinçant l'un après l'autre les tubes capsulaires, ce qui a pour effet d'envoyer une compression instantanée.

Nous avons vu que le réglage s'effectuait à partir de deux longueurs à peu près égales des tubes de raccordement. Rien n'empêche de prendre pour l'un d'entre eux une longueur de l'ordre d'une longueur d'onde. Dans ce cas, le sens positif correspondant à cette capsule est changé. On obtient la droite symétrique de la première par rapport aux axes positifs dont la direction reste inchangée (déterminée statiquement).

Comme les capsules doivent être souvent réglées (en principe au début de chaque série de mesures), on ne peut mesurer que des

valeurs relatives pour les amplitudes. Cela n'a pas d'influence sur la mesure des phases. Pour avoir des amplitudes comparables, il suffit, au cours d'une même séance, de faire une série de mesures pour les différents cas étudiés. Enfin, les deux capsules ne donnent pas nécessairement la même amplitude pour la même différence de pression. Il faut brancher les deux capsules en un même point et noter les amplitudes qu'elles donnent. Une simple règle de trois donne alors des valeurs toutes comparables.

Fig. 7.

III. *Ordres de grandeur.* — Supposons une amplitude de mouvement au ventre de 0,2 mm. (les expériences se font autour de cette valeur). Cherchons quelle est théoriquement l'amplitude des variations de pression au nœud du fond du tuyau (fig. 7).

Soit χ le coefficient de compressibilité de l'air, la variation de pression $\Delta p = -\frac{1}{\chi} \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$, u étant le déplacement en O qui est donné

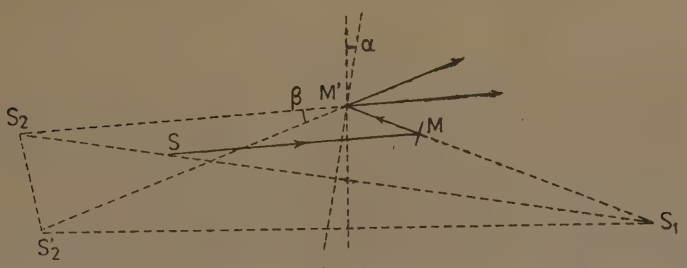


Fig. 8.

par $u = u_0 \sin kat \cos kx$; $\frac{\partial u}{\partial x} = -u_0 k \sin kat \sin kx$, d'où $\Delta p = u_0 \cdot \frac{k}{\chi} \sin kat \sin kx$; ce qui donne pour amplitude en A, au fond du tuyau ($kx = \pi/2$) : $(\Delta p)_0 = u_0 \cdot \frac{k}{\chi} = u_0 \cdot \frac{2\pi N}{a} \cdot \frac{1}{\chi}$; comme on a : $1/\chi\rho = a^2$, ρ étant la masse spécifique de l'air : $(\Delta p)_0 = 2\pi N \rho a u_0$; ce qui fait numériquement 552 baryes.

Quel est maintenant l'ordre de grandeur de l'angle dont tourne l'un des miroirs, le miroir M' par exemple? (fig. 8). Soit α l'angle cherché. Les deux images de la source S correspondant aux deux positions extrêmes du miroir M' sont S_2 et S'_2. La distance $S_2S'_2$ est vue dans la lunette sous 10 divisions. Pour trouver la distance réelle,

il suffit de connaître la puissance de la lunette. Pour cela on remplace la source petite S par un trou circulaire de diamètre égal à 2 mm. ; ce trou est vu dans la lunette et après réflexion sur les deux miroirs sous 2,5 divisions. On en déduit que $S_2S'_2 = 8$ mm. On mesure d'autre part les distances SM et MM' : $SM + MM' = 540$ mm. ; et on a :

$$\widehat{S_2M'S'_2} = \beta = S_2S'_2/S_2M' = S_2S'_2/S_1M',$$

$$\beta = S_2S'_2/(SM + MM') = 8/540 \quad \text{et} \quad \alpha = \beta/2 = 4/540 \text{ soit } 30' \text{ environ.}$$

Réglages. — 1° Le point de branchement ou d'ouverture doit être un ventre. Il s'agit de déterminer ce point. On prend un tuyau unique fermé ; on règle sa longueur totale de manière à ce que l'amplitude, donnée par une capsule branchée à l'extrémité libre (opposée au téléphone) soit maxima (fig. 9). On modifie ensuite les longueurs des branches CO et CA, appelées x et y de façon que l'ouverture en O (mise en communication avec l'atmosphère) ne modifie plus ou le moins possible l'amplitude donnée par la même capsule. A une température de 23° nous avons pris $x = 82$ cm., $y = 88$ cm. Pour une température voisine de 18°, $x = 81$ et $y = 87$ cm. La longueur x, distance du téléphone au point de branchement, est en principe maintenue toujours la même.

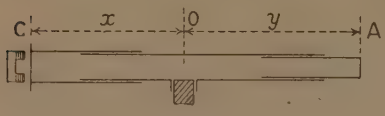


Fig. 9.

Ces réglages ne peuvent être effectués avec une précision dépassant 1 cm., car on est au voisinage d'un maximum.

Comme vérification de la longueur totale du tuyau, on envoie dans le téléphone le courant amplifié d'une hétérodyne. Le tuyau donne bien un maximum de résonance pour les fréquences 100, 300, 500, etc. ; maximum décelé soit par une capsule, soit par le voltmètre de l'hétérodyne.

2° L'intensité du courant passant dans le téléphone est variable suivant les expériences : de 30 à 50 milliampères pour l'observation aux capsules et pour la photographie, elle peut aller jusqu'à 100 milliampères pour l'observation directe à la loupe. Avant toute mesure ou photographie, on assure à 1/2 unité près la permanence de l'intensité adoptée.

Toutes choses égales de par ailleurs, l'amplitude n'est pas proportionnelle à l'intensité, mais croît plus vite que celle-ci. En effet lorsque les amplitudes du mouvement de la plaque du téléphone augmentent, la distance moyenne plaque-électro-aimant diminue ; l'action de l'électro-aimant augmente.

Voici un exemple de variations d'amplitudes en fonction de l'inten-

sité ; les mesures sont faites au moyen d'une capsule ; les divisions du micromètre oculaire correspondent très sensiblement au 1/10 de millimètre pour les amplitudes du mouvement au ventre (fig. 10).

I	10	15	20	25	30	35	40	45	milliampères
A	0,5	0,7	1,3	2,7	3	4	5,5	7	1/10 de mm.

3° Le branchement du tube permettant d'envoyer de la poudre d'amidon n'influe pas sur le mouvement vibratoire. L'ouverture (3 mm. de diamètre) est à moins de 5 cm. du ventre et reste toujours dans le même état : en communication avec un tube de caoutchouc de même diamètre et de 40 cm. de longueur.

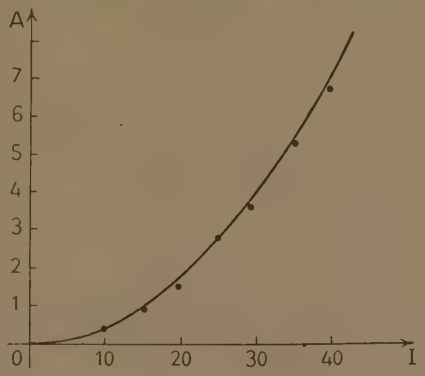


Fig. 10.

Stroboscopes. — Pour reconnaître le sens de la différence de phase j'ai employé deux sortes de stroboscopes :

1° *Le stroboscope à moteur.* — Un petit moteur électrique dont on peut faire varier facilement la vitesse par rhéostat ou à la main, porte sur son axe un disque, sur lequel sont collées une ou plusieurs bandes radiales débordant sa périphérie ; seules les bandes interceptent la lumière. Si le disque comporte une seule bande et tourne à la vitesse de 100 tours par seconde, on aperçoit un point noir sur l'ellipse. Si la vitesse est double ou s'il y a deux bandes diamétralement opposées, on obtient deux points noirs. Si, à partir du moment où la vitesse du stroboscope donne un point noir immobile, on diminue cette vitesse, le sens de déplacement du point noir donne le sens de parcours de l'ellipse par la poussière ou par le point lumineux.

L'installation du stroboscope sur le trajet des rayons lumineux demande un foyer supplémentaire en F, soit pour l'observation au microscope (fig. 11 *a*), soit pour l'observation avec la lunette et les miroirs (fig. 11 *b*).

La largeur des bandes doit être assez grande pour engendrer une tâche visible, assez petite pour n'assombrir qu'une fraction négligeable du parcours elliptique.

2° *Stroboscope à lame vibrante.* — Une lame de fer de longueur

convenable, placée entre les pôles d'un électro-aimant, vibre et intercepte 100 fois par seconde le faisceau lumineux en un foyer. La fréquence 100 pour les interruptions correspond à la fréquence 50 pour les oscillations de la lame qui coupe le faisceau lumineux deux fois au cours de sa propre période.

Pour que le point noir sur l'ellipse soit unique et bien contrasté, la coupure du faisceau doit se faire exactement au milieu de l'oscillation de la lame supposée symétrique ; faute de quoi la tache, peu accusée, occupe une longueur appréciable de l'arc d'ellipse. Ces observations ont d'autant plus d'importance que les ellipses à étudier (formées par la poussière d'amidon) ne sont jamais parfaitement immobiles dans le champ.

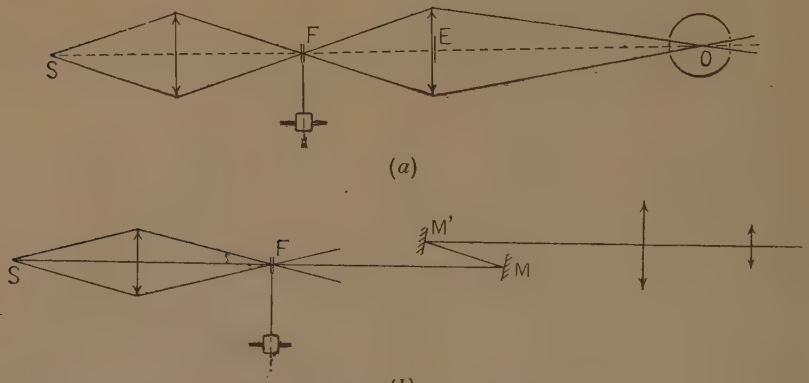


Fig. 11.

On peut modifier la self du circuit du téléphone de la manière suivante : on intercale dans le circuit le primaire d'un transformateur. Si on ferme le secondaire sur lui-même (court-circuit), la self-induction du circuit du téléphone diminue ; il y a donc une avance de phase ; ou ce qui revient au même le stroboscope se trouve en retard. Le sens de déplacement de la tache noire sur l'ellipse quand on ferme le secondaire indique donc le sens de circulation sur l'ellipse.

J'estime qu'il est préférable d'introduire le changement de phase dans le circuit du téléphone plutôt que dans celui du stroboscope, malgré la différence d'amplitude qui en résulte ; car le stroboscope à lame vibrante se dérègle facilement quand l'intensité du courant qui l'actionne est modifiée. On peut pallier à cet inconvénient en commandant le circuit du secondaire par un levier qui substitue simultanément au circuit du stroboscope un circuit plus résistant.

CHAPITRE II

Ouverture au ventre.

Observations. — Il s'agit d'un tuyau unique, réglé à la longueur totale 170 cm. L'ouverture est située à 82 cm. de la plaque du téléphone et à 88 cm. de l'extrémité fermée (fig. 12).

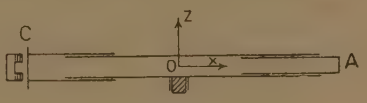


Fig. 12

C'est la position qui convient le mieux à l'emplacement du ventre. Ce réglage n'est qu'approximatif. On peut dire seulement qu'on se trouve au voisinage d'un ventre, c'est-à-dire que l'amplitude est constante dans l'espace.

Le diamètre de l'ouverture varie de 0 à 4 cm. (diamètre du tuyau) ; cette variation est réalisée avec des disques métalliques de 4 cm. de diamètre, percés en leur centre de trous variables. Les disques sont serrés avec l'écrou à collet sur l'ajutage fileté très court (15 mm.) déjà mentionné au chapitre premier.

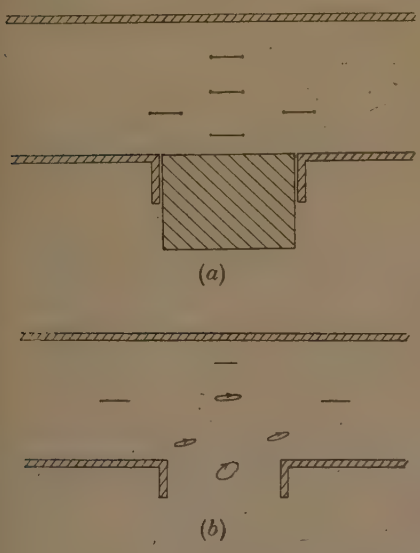


Fig. 13.

I. — En tuyau fermé, on observe en O (fig. 13 *a*) des bâtonnets horizontaux, parallèles à l'axe du tuyau et de même longueur. Si l'on ouvre, on observe des ellipses. Avec les longueurs indiquées, pour une ouverture de 4 cm. de diamètre, les ellipses sont peu inclinées, peu ouvertes ; inclinaison et ouverture variant d'ailleurs avec la position dans le champ (fig. 13 *b*). Pour une ellipse située sur l'axe du tuyau et sur l'axe de l'ouverture, on a une inclinaison de 10° et une ouverture (b/a) de 1/8.

Le stroboscope à disque crée une agitation de l'atmosphère qui accentue le déplacement des poussières d'amidon et rend les observations pénibles.

Le sens de déplacement du grain sur sa trajectoire, donné par un stroboscope à lame vibrante est le sens de la figure 14. Pour des axes dirigés vers la droite et vers le haut, il en résulte que la vibration dirigée suivant l'axe du tuyau est en retard sur la vibration dirigée suivant l'axe de l'ouverture et vers le haut, d'un angle compris entre o et $\pi/4$ suivant le diamètre de l'ouverture.

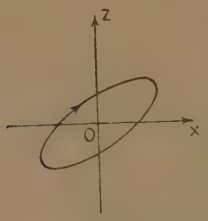


Fig. 14.

Pour des ellipses situées à droite ou à gauche, il y a réaction des parois, en particulier de l'arête ; sur cette dernière je n'ai pas trouvé d'ellipses stationnaires dont il sera question plus loin.

II. — Pour un tuyau fermé, comme le veut la théorie, les capsules indiquent une opposition de phase pour les mouvements vibratoires en A et C (fig. 12). Quand on ouvre, l'opposition exacte n'existe plus. Soit δ la différence de phase en degrés entre A et C ; $\varphi = \delta - 180$ croît avec le diamètre de l'ouverture d'après le tableau suivant :

d	o	5	8,5	13,5	19	23	26	29,5	40	mm.
φ	o	11	17	21	27	32	34	39	44	degrés

Expression analytique. — Nous supposerons que lorsque le tuyau est ouvert en O, il existe une onde quasistationnaire. Elle sera la résultante de l'onde stationnaire $u' = u_1 \sin kat \cos kx$, et de l'onde progressive $u' = -u_2 \cos k(at - x)$. Soit :

$$u = u_1 \sin kat \cos kx - u_2 \cos k(at - x) ;$$

u est l'élongation, x la distance comptée à partir de O vers A.

On en tire l'expression de la condensation :

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = u_1 k \sin kat \sin kx + u_2 k \sin k(at - x).$$

En admettant que l'onde progressive est suffisamment amortie en A, on a en ce point :

$$\left(-\frac{\partial u}{\partial x}\right)_A = u_1 k \sin kat. \qquad (1)$$

Pour le point C, posons $k.\overline{OC} = -\pi/2 + \alpha$, on aura :

$$\left(-\frac{\partial u}{\partial x}\right)_C = -u_1 k \sin kat \cos\alpha + u_2 k \cos(kat - \alpha) = A \sin(kat - \varphi) \qquad (2)$$

avec :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{u_1 + u_2}{1 - u_2 u_1 \operatorname{tg}\alpha}.$$

Soient s et S les aires des sections respectives de l'ouverture et du tuyau ; l'expérience montre que l'on peut prendre $u_2/u_1 = \sqrt{s/S}$; s varie de o à S ; u_2/u_1 varie de o à 1. Comme OA — CO = 6 cm., on peut prendre $\alpha = 90.6/88 = 7°$ environ. Soit d le diamètre de l'ouverture en millimètres, celui du tuyau étant 40 mm., on a : $\operatorname{tg} \varphi = \frac{d}{40 - 0{,}12.d}$; d'où la courbe de la figure 15 a, sur laquelle sont marqués les points obtenus avec le tableau ci-dessus.

La tangente ne détermine la différence de phase qu'à π près. Les formules (1) et (2) montrent que lorsque $\varphi = \pi/4$, ce qui est voisin de la valeur maxima atteinte pour $d = 4$ cm., A est en avance sur C de $5\pi/4$; $\delta = 5\pi/4$; $\varphi = \delta - \pi = \pi/4$.

En O il y aura réaction de l'atmosphère, car les variations n'y sont pas nulles exactement. On a en effet en ce point :

$$\left(-\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0 = u_2 k \sin kat.$$

Nous aurons une onde progressive que nous écrirons :

$$u_z = u_3 \sin k(at - z) \text{ (fig. 12)},$$

dirigée suivant l'axe de l'ouverture et vers le haut.

En écrivant cette équation, nous supposons que l'onde condensée entretenue dans le tuyau, engendre, par détente, une onde dont le déplacement est exactement synchrone de la condensation qui la produit ; hypothèse que n'exclut aucun principe connu et que légitime la forme des ellipses obtenues.

En O, on aura donc une ellipse définie par les deux mouvements rectangulaires :

$$\begin{cases} X = u_1 \sin kat - u_2 \cos kat = A \sin (kat - \psi) \text{ avec } \operatorname{tg} \psi = u_2/u_1 \\ Z = u_3 \sin kat. \end{cases}$$

X est en retard sur Z d'un angle variant entre o et $\pi/4$.

Remarque. — Un allongement suffisant du prolongement au delà de l'ouverture (10 cm.) supprime la réaction de l'atmosphère et on n'a plus que des bâtonnets. Il s'ensuit que le mouvement dans la branche latérale est nul ; il ne redevient appréciable que pour un tuyau latéral fermé et ayant une longueur voisine d'un quart de longueur d'onde, ainsi que nous le verrons au chapitre suivant.

Petit trou à l'opposé du téléphone. — Nous avons remarqué que l'étanchéité jouait un grand rôle dans les expériences, particulièrement au voisinage d'un nœud. Que se passe-t il lorsqu'on perce un petit trou dans la paroi fermant le tuyau en A (nœud opposé au téléphone, fig. 12) ? On obtient simultanément un déphasage et une variation d'amplitude :

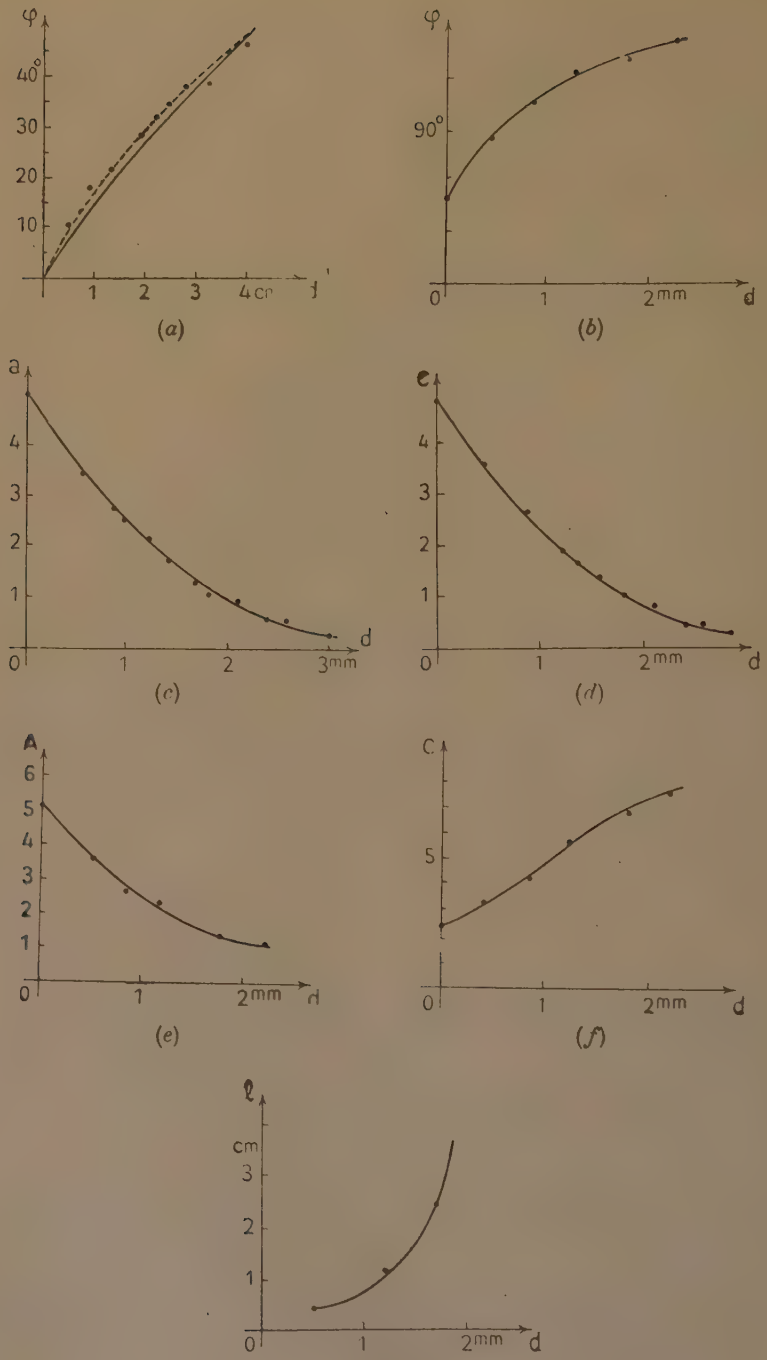

φ
40°
30
20
10
1
2
3
4cm
l
(a)
φ
90°
0
1
2mm
d
(b)
a
4
3
2
1
0
1
2
3mm
d
(c)
e
4
3
2
1
0
1
2mm
d
(d)
A
6
5
4
3
2
1
0
1
2mm
d
(e)
C
5
0
1
2mm
d
(f)
l
cm
3
2
1
0
1
2mm
d
(g)

Fig. 15.

A) *Tuyau fermé au ventre* (en O). — La paroi terminale A étant percée d'un petit trou, pratiqué dans un disque de cuivre, de 0,5 mm. d'épaisseur, de diamètre d ; il y a diminution d'amplitude. Cette diminution d'amplitude est mesurée en fonction de d, soit par la longueur des bâtonnets en O (fig. 15 *c*), soit par la diminution d'amplitude d'une capsule branchée en C (près du téléphone) (fig. 15 *d*). Les mouvements en A et C sont toujours en opposition de phase.

d	0	0,5	0,83	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,1	2,4	2,6	3	mm.
Bâtonnets en O	5	3,5	2,8	2,5	2,2	1,7	1,3	1	1	0,7	0,6	0,4	
Capsules en C	5	3,6	2,8	2,5	2	1,6	1,4	1,1	1,1	0,6	0,6	0,4	

B) *Tuyau ouvert en O* (diamètre de l'ouverture 4 cm.). — En l'absence de trou en A, nous avons vu (p. 15 et 16) qu'il y avait entre A et C une différence de phase autre que π.

Soit δ la différence de phase en degrés entre A et C ; nous avons vu que $\varphi = \delta - 180$ valait 45° environ pour une ouverture au ventre de 4 cm. Cette différence φ croît à partir de cette valeur jusqu'à 135°, lorsqu'on perce en A un petit trou dont le diamètre d va en augmentant jusqu'à 2 mm. Les mouvements en A et C sont alors déphasés seulement de 45° (fig. 15 *b*).

Les amplitudes en A et C varient suivant les courbes des figures 15 *e* et 15 *f* (données par les capsules). Il est à remarquer que l'amplitude en C est croissante avec d, l'amplitude en A, décroissante. Le tuyau tend peu à peu à vibrer entre O et C exclusivement : il s'agit alors d'un tuyau fermé à une extrémité (C) et ouvert à l'autre (O) et dont la longueur est approximativement un quart de longueur d'onde (82 cm.). Ce cas est à peu près réalisé pour un diamètre d de l'ouverture égal à 2 mm. seulement.

En allongeant le tuyau d'une longueur l, on peut rétablir la différence de phase qui existait entre A et C (mais non les amplitudes), en l'absence de trou en A, au moins pour des valeurs de d inférieures à 2 mm. Au-dessus de cette valeur, l'amplitude en A est trop faible pour que l'on puisse mesurer avec assez de précision une différence de phase (fig. 15 *g*). L'ouverture en O a donc pour effet de raccourcir le tuyau. Au voisinage immédiat du trou il y a un ventre et le nœud est rejeté vers l'intérieur du tuyau.

Pour de très petites valeurs de d (donnant pour φ une valeur inférieure à 90°) nous pouvons écrire qu'il faut superposer aux ondes existant dans le tuyau une onde progressive dont le déplacement sera

donné par : $u_4 \cos k(at + x)$. Comme pour l'onde u_z (p. 17) elle sera telle que le déplacement, compté vers l'intérieur du tuyau, soit exactement synchrone de la condensation en A. En effet, la condensation en A a pour expression $u_1 k \sin kat$; l'onde progressive en ce point ($kx = \pi/2$) est $-u_4 \sin kat$. Le signe moins provenant du fait que l'axe Ox est dirigé vers l'extérieur du tuyau, tandis que Oz (p. 17) était dirigé vers l'intérieur.

La condensation en A a ainsi pour expression :

$$\left(-\frac{\partial u}{\partial x}\right)_A = u_1 k \sin kat + u_4 k \cos kat = A \sin (kat + \psi)$$

avec :

$$\operatorname{tg} \psi = u_4/u_1.$$

Si nous supposons la nouvelle onde progressive suffisamment amortie en C, la différence de phase entre A et C sera augmentée de ψ.

Pour des valeurs de d supérieures, l'onde stationnaire dans la branche OA n'est plus $u_1 \sin kat \cos kx$, ces formules ne s'appliquent plus.

CHAPITRE III

Dérivations.

Tuyau en T. Amplitudes et phases. — 1° *Phases.* — Les premières mesures effectuées sans réglage spécial de la longueur du tube reliant le point d'observation aux capsules ont donné les résultats suivants pour les différences de phase φ entre A et B.

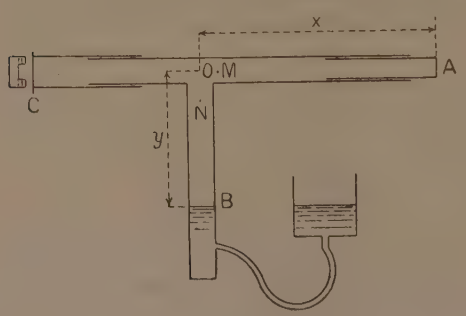


Fig. 16.

La longueur OC est fixe : 81 cm. ; la variation de longueur est obtenue en A par coulisse rentrante, en B par niveau d'huile, OB étant vertical (fig. 16).

Pour tracer une courbe on donne à $x = OA$ une valeur paramétrique constante et l'on fait varier $y = OB$ par accroissements petits. On recommence pour un certain nombre de paramètres x peu différents du paramètre d'accord. Les résultats obtenus sont contenus dans le tableau suivant :

y \ x	83	84	85	86	87	89
75	15	24	(66)	79	128	148
80	0	17	32	69	127	133
81					109	
82	16	0	16	42	95	118
82,5			0		90	
83	44	29	12	25	70	105
83,5	75	41	30	0		
84	90	74	52	19	30	90
84,5					16	
84,8					0	
85	(126)	(96)	90	53	3	44
86	124	(117)	99	(90)	19	
86,5						0
87			(121)	(121)	38	
88			(113)			13
89	147	(106)	(112)	107		14

Les courbes obtenues (fig. 17) se déduisent de l'une d'elles par translation suivant l'axe des phases. Dans chacune d'elles on retrouve

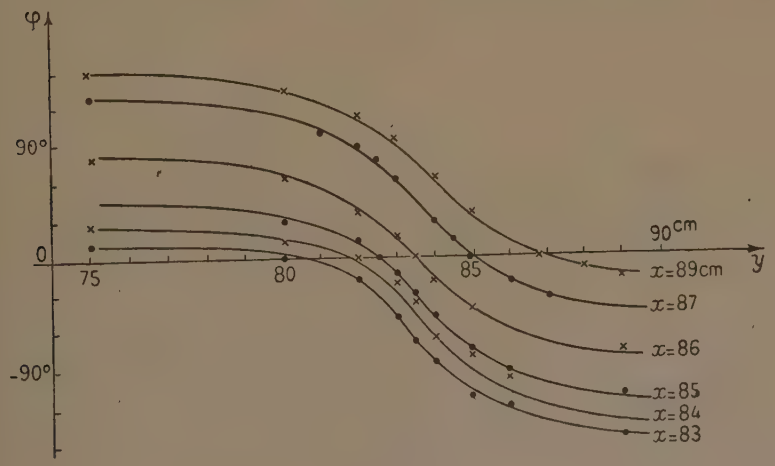


Fig. 17.

la courbe en S connue avec tangente d'inflexion de pente maxima. On peut les représenter par l'équation :

$\varphi = \text{Arc tg}\,\frac{x-a}{b} - \text{Arc tg}\,\frac{y-a'}{b'}$; en prenant $a = 86{,}3$, $a' = 83{,}8$, $b = b' = 1{,}5$. Peu de précision est obtenue dans l'évaluation de b et b'. x et y sont mesurés en centimètres.

Remarques. — *a*) Lorsqu'il y a concordance de phase entre les

mouvements en A et B, A et B sont en opposition de phase avec C. Les deux branches du T sont accordées. La courbe de paramètre x coupe l'axe des y à peu près au point $y = x - 2$. Il existe donc dans l'ensemble du tuyau une onde quasistationnaire unique entre C et O, qui se divise entre OA et OB. Si l'une des branches OA ou OB a une longueur trop différente d'un quart de longueur d'onde, le mouvement a lieu entre OC et OA ou entre OC et OB exclusivement, suivant le cas.

b) La tangente à la courbe d'accord $y_0 = x$ au point $y_0 = x$ n'est pas la tangente d'inflexion. D'autre part, dans l'expression de φ interviennent deux nombres a et a' différents :

$$a - a' = 2{,}5.$$

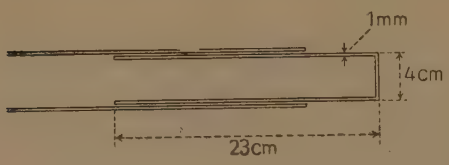


Fig. 18.

Cette différence et cette dissymétrie proviennent sans doute du fait qu'en A la fermeture est obtenue par coulisse rentrante (fig. 18). La diminution de volume correspondant à ce rétrécissement peut se calculer. L'épaisseur du tube de coulisse est 1 mm. ; sa section extérieure 4 cm., sa longueur 23 cm. Ce qui donne un volume v tel que :

$$v = \pi(4 - 3{,}61).23 = 28{,}18 \text{ cm}^3.$$

Le volume du tube par centimètre de longueur est $v' = 4\pi = 12{,}56$ cm^3. La coulisse correspond par son volume à un raccourcissement du tuyau : $v/v' = \frac{28{,}18}{12\,56} = 2{,}32$ cm. ; ce qui correspond à peu près à la différence observée entre a et a' : 2,5 cm.

c) Une série de photographies faites en O (Planche : *d*, *e*, *f*), où se trouvent des ellipses ne m'a donné que des clichés d'interprétation douteuse. En effet, l'ouverture et l'inclinaison des ellipses varient notablement avec le point d'observation. Cependant, lorsqu'il y a concordance de phase, les ellipses situées en O deviennent des bâton nets, différemment orientés (Planche : *d*). On peut ainsi vérifier avec précision la position pour laquelle a lieu cette concordance de phase. On peut encore vérifier que le sens de circulation de ces ellipses correspond au sens de la différence de phase mesurée par les capsules.

Dans l'expérience relative à l'ouverture simple dans l'atmosphère, $y = 0$, nous avons considéré seulement l'onde envoyée vers l'atmosphère, sans faire état de l'onde réfléchie par cette atmosphère ; c'était admissible parce que le déplacement de l'onde réfléchie a exactement le signe du déplacement incident et que le déphasage dû à la propagation est négligeable sur un parcours de quelques centimètres. Mais

dans le cas actuel, l'onde envoyée vers B et réfléchie par ce tampon, est une onde quasistationnaire. La figure montre que sa phase varie rapidement avec x et avec y, d'où les ellipses de forme et de sens de parcours variables, particulièrement difficiles à interpréter. Seul le cas du double accord était à prévoir. L'onde stationnaire étant presque pure, les vibrations en O doivent être synchrones et donner une résultante rectiligne orientée dans l'angle des directions positives des axes Ox et Oy. Naturellement l'inclinaison de la résultante varie rapidement avec x et y comme les amplitudes respectives dont il va être question.

2° *Amplitudes.* — Pour les mêmes paramètres x, voici en fonction de y les courbes de variation des amplitudes en A et B, obtenues par les capsules (fig. 19 *a* et 19 *b*); ainsi que les courbes obtenues par photographie des bâtonnets en M et N, à 5 cm. de O (fig. 16), données par les figures 20 et 21.

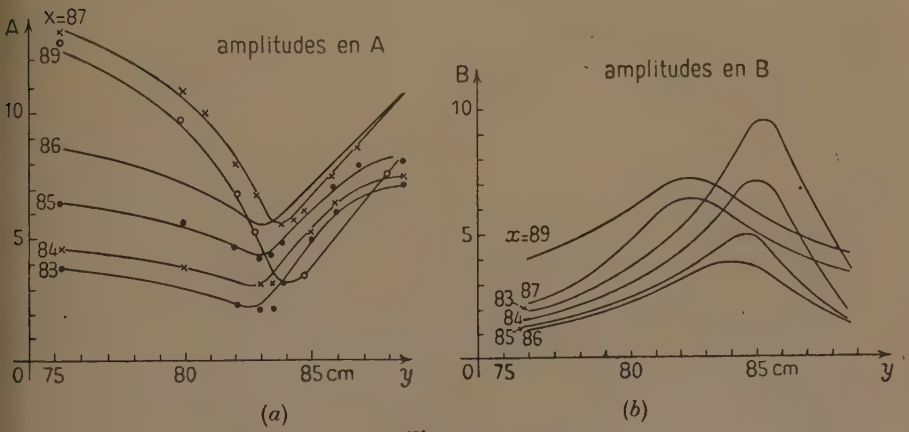


Fig. 19.

Les courbes obtenues par photographie (fig. 20 et 21 ; Planche : *a*, *b*, *c*) ont la même allure que celles obtenues avec les capsules branchées en A et B (fig. 19 *a* et 19 *b*). Elles ne pourraient être identiques que dans le cas d'ondes vraiment stationnaires, cas non réalisé hors de l'accord.

On trouve sur les unes (19 *a* et 20) des minima et sur les autres (19 *b* et 21) des maxima. Les amplitudes ne peuvent croître en même temps dans les deux branches. La courbe en A pour $x = 87$ (accord approché) ne peut conserver la valeur élevée qu'elle représente pour $y = 75$. Au voisinage de $y = 84$ elle ne peut présenter qu'un minimum, la branche verticale lui soustrayant de l'énergie avec l'effi-

Amplitudes en A							Amplitudes en B					
y \ x	83	84	85	86	87	89	83	84	85	86	87	89
75	3,9	4,6	6,6	8,4	13	12,9	1,9	1,6	1,2	1,1	2,1	3,8
80		4,2	5,9	7,3	11	9,8		2,4	2,1	2	4,3	5,8
81					10						5,4	
82	2,4		4,8		8	7,2	4,5		3	2,9	6,2	7,1
82,5												
83	2,1	3,1	4,3	5,5	6,9	5,5	6	4,7	4	3,5		7
83,5	2,1	3,1	4,4				6,8	5,6	4,5			
84	3,2	3,1	4,9	5,5	5,5		7,6	6	4,8	3,5	5,9	
84,5					5,6						5,5	
84,8												
85	5,2	5,3		7	6,1	3,6	9,7	7,2		3,4	4,9	6
86	6,4	6,7	7,6	8	7,6		8,5	6,2	3,3	3,2	4	
86,5												
87			8	9	8,8				2,8	2,9	3,6	
88						7,5				2,2		4,2
89	6,9	7,1	8			7,5	3,6	1,9	1,4	1,8		4

Amplitudes en M							Amplitudes en N					
y \ x	83	84	85	86	87	89	83	84	85	86	87	89
75	15		18	24			2,5	1,5	1	1	2,5	7
78	15		16,5	23			4	3		2	4,5	8
80	14		15,5	22			5	4	3	3	7	11,5
81	13											
82	12	12,5	14	20	25	24	7	7	4	3,5	10	15
83	10	11	12	17	20	21						
83,5	9	10										
84	8	9	9,5	14	17	15	12	10	6	6	15	19,5
84,5	7,5	8	10,5	12	15	14						
85	7,5	8	9,5	10,5	14	10,5		13	9	8	17	19,5
85,5		11	12,5	9,5	11	9,5	17	14			17	20
86	12	12	12,5	15	11	8,5	21	16	10	9	16,5	20
86,5							26	18,5	10	10,5		18
87		18	17,5	20	15,5	12	24	17	8,5	10	14	16
88	20			20	20		20	13	6,5	7		
90			15									

cacité maxima. En revanche, la branche verticale qui n'est pas alimentée directement doit présenter pour l'accord un véritable maximum.

3° *Autres mesures.* — Dans la série de mesures précédentes, les capsules étaient reliées au tuyau par des tubes de caoutchouc de longueurs quelconques. Les longueurs étaient telles seulement que les capsules donnaient une différence de phase nulle lorsqu'elles étaient branchées en un même point ; de plus, comme dans toutes les courbes

d'amplitudes données, leurs amplitudes relatives avaient été mesurées et les résultats modifiés en conséquence comme nous l'avons dit

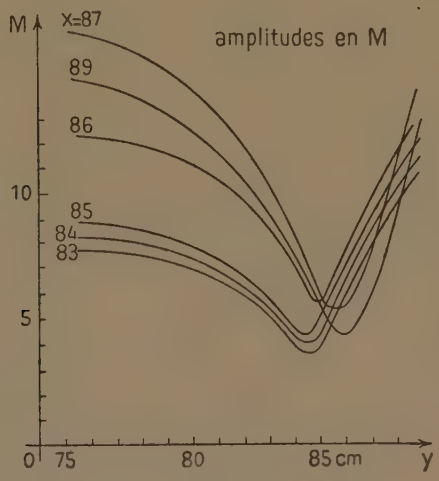


Fig. 20.

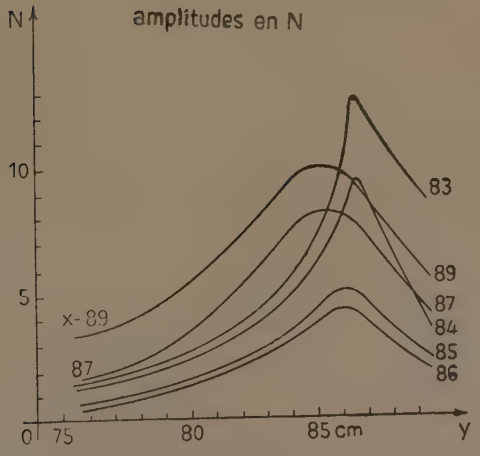


Fig. 21.

page 10. Une autre série de mesures a été effectuée en prenant ces longueurs égales entre elles et sensiblement égales à une demi-longueur d'onde comme cela est indiqué au même endroit.

Les résultats sont les mêmes. Seuls sont modifiés les nombres a et a' (p. 21) que l'on peut prendre maintenant égaux respectivement à 86 et 84 (au lieu de 86,3 et 83,8).

A l'occasion de ces mesures, j'ai pu aller plus loin pour les lon-

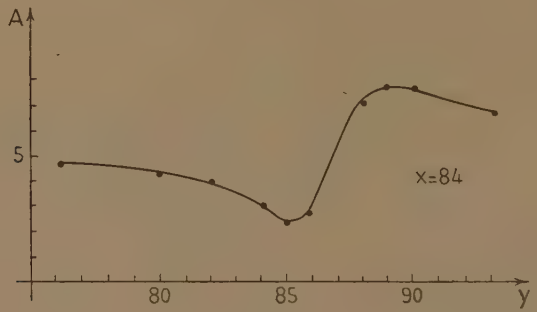


Fig. 22.

gueurs y, ce qui m'a permis d'obtenir une forme plus complète pour la courbe des amplitudes en A (fig. 22). Le maximum ainsi mis en évidence disparaît lorsque x est supérieur à 86 cm. Par raison de symétrie, il doit alors se retrouver vers l'autre extrémité de la courbe, à partir des valeurs de x égales ou supérieures à 87, mais trop loin sans doute, car je n'ai pu le vérifier.

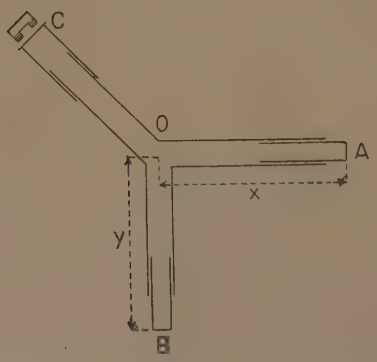


Fig. 23.

On retrouve ainsi la forme classique des amplitudes entretenues à fréquence variable dans un oscillateur de fréquence propre donnée. Ici la fréquence d'entretien est imposée et la fréquence propre du tuyau est variable.

Tuyau en Y. Amplitudes et phases. — On peut reprocher au tuyau en T de présenter au point d'insertion de la branche verticale, des résistances inégales aux ondes qu'y envoie le téléphone. Rien n'empêcherait de mettre le téléphone sur la branche verticale, sauf à

n'employer que des coulisses verticales. J'ai préféré le tube en Y dont l'industrie fournit aisément la pièce médiane à peu près correcte.

Trois séries de mesures ont été faites avec ce nouveau montage. Le tube OB est vertical (fig. 23).

1° La fermeture de B par niveau d'huile ayant été écartée par suite de l'épaississement et l'impossibilité de la renouveler dans les circonstances actuelles, elle a été remplacée par une fermeture à coulisse intérieure ; l'étanchéité étant obtenue par de la cire molle.

J'avais préféré la fermeture par niveau (eau ou huile) comme beaucoup plus pratique : l'étanchéité est toujours assurée pour l'une des branches, sans avoir à intervenir à chaque modification de la longueur correspondante. Seulement, en passant d'une courbe à une

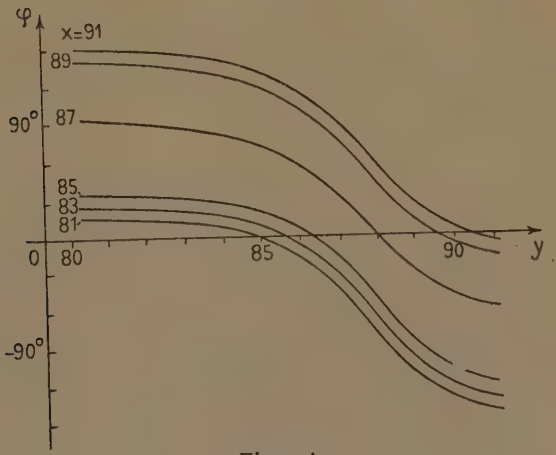


Fig. 24.

autre (valeur différente de x), il était nécessaire de s'assurer de la fermeture correcte de la coulisse placée en A. Avec fermeture par coulisse en B, les mesures sont beaucoup plus longues, et par suite, comportent plus de risques d'erreurs (modifications de l'intensité, déréglage des capsules).

Avec OC = 81, OA varie de 81 à 91 cm. ; OB = y varie de 80 à 91 cm. Les courbes φ, y (fig. 24) pour divers paramètres x se déduisent du premier des tableaux ci-dessous. Elles ont sensiblement les mêmes formes et caractéristiques que les courbes obtenues avec le tuyau en T. On peut les représenter par l'équation :

$$\varphi = \text{arc tg } \frac{x - 86\,6}{2} - \text{arc tg } \frac{y - 87{,}7}{2} ;$$

x et y sont exprimés en centimètres, le dénominateur étant toujours peu précis ; la différence des deux nombres 86,6 et 87,7 provient de la différence de longueur des deux coulisses.

Dans les mêmes conditions les courbes d'amplitudes obtenues par les

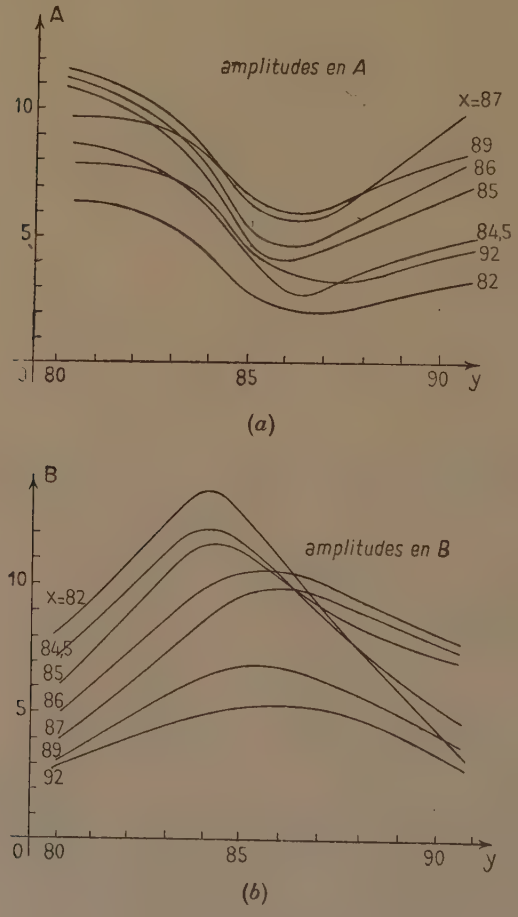


Fig. 25.

capsules sont données par les deux autres tableaux (fig. 25 *a* et 25 *b*).

Comme dans le cas du tuyau en T, lorsque A et B sont en phase, ils sont tous deux en opposition avec C. Lorsque A et B ne sont pas en phase, la différence entre A et B se partage suivant les signes entre A et C d'une part et entre B et C d'autre part.

y \ x	81	83	85	87	89	91
80	17	27	36	90	137	148
82						145
84						140
85	0					129
85,7		0				
86						117
86,5			0			
86,8					90	
87						90
87,9				0		
88	90					59
88,4		90				
89						30
89,2			90			
89,6					0	
90						3
91	142	132	119	56	18	3

Amplitude en A.

y \ x	82	84,5	85	86	87	89	92
80	13	17,6	22	(24)	24	19,2	15,4
82		17					
82,5		16,9	18	20			
83	11,2	15,6	16	19,6	19,5	16,6	15
83,5		14	16				
84		12	14	15,5	17		
84,5		11	12	14	15,5		
85	5,9	8,9	8,7	9,9	13	13	9,2
86		5,7				11	
86,8	4						
87		5,3	9,6	9,9	12,1	11,7	6
88	5	7,9				14,1	7,1
89		8,3	12	13,8	16,2	15,9	7,9
90		9				16,2	8,8
91	7,2	10,5	14,1	16,5	20,3	17,3	9,4

Amplitudes en B.

y \ x	82	84,5	85	86	87	89	92
80	16,8	12,2	12,2	9,5	7,9	6,6	
82		19,8	17,5	14,4	11,8		
82,5		21,5	19,8	16,2			
83	24,8	22	(22)	18,7	14	10,8	
83,5		(24)	22	18,7			
84		24	23	19,2	17,2		
84,5		23,9	23	20,5	16,8		
85	25	23,3	23	20,5	19,8	13,4	
86		20,5				13,8	
86,8	19,6						
87		18	(17,4)	20,2	20	12,4	
88	15	13,6				11,5	
89		(15,2)	17,6	18,4	17,2	9,8	
90						8,4	
91	(9,6)	16	14,4	15,4	15,4	(6,8)	

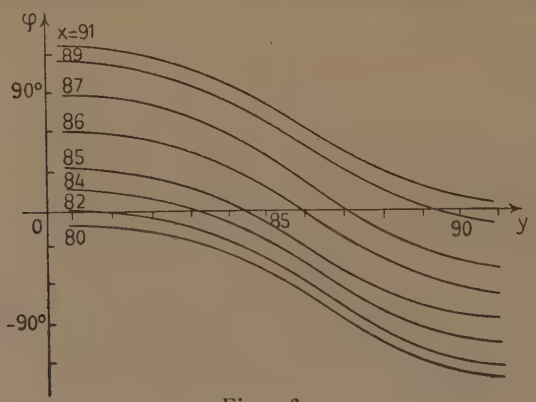


Fig. 26.

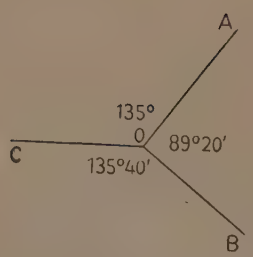


Fig. 27.

2° J'ai repris ces mêmes mesures d'une manière plus symétrique, les deux coulisses étant intérieures et identiques. Cependant il reste encore que le raccordement employé n'est pas lui-même parfaitement symétrique (fig. 27).

Les courbes de phase données dans le tableau suivant (fig. 26) se représentent par l'équation :

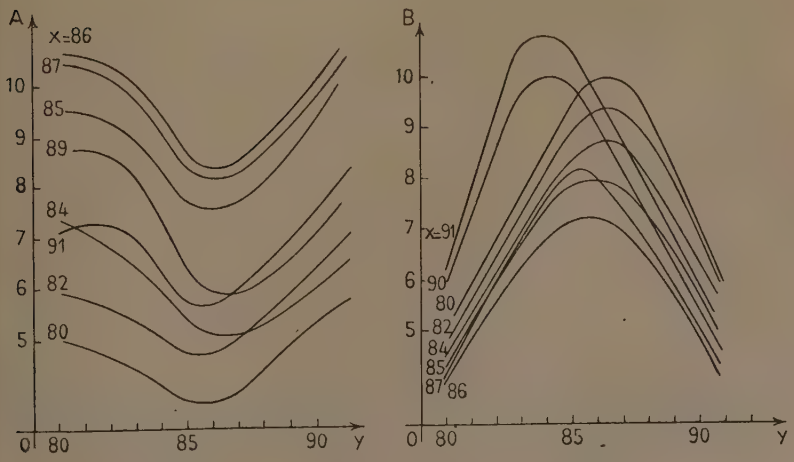
$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{x - 86{,}5}{2{,}3} - \operatorname{arc\,tg} \frac{y - 86{,}5}{2{,}3}.$$

Les courbes d'amplitudes sont celles des figures 28 *a* et 28 *b*.

y \ x	80	82	84	85	86	87	89	91
80	9	(0)	18	34	57	90	(111)	145
80,3		0						
80,7								137
81							110	
82			11			82		
82,5				26				
82,7								117
83		14			49		108	
83,3			0					
84	38		9			63		
84,2							90	
84,7				0				90
85		46			18		68	
86			10	28	0	24		
86,9	90					0		
87					27		29	42
87,2		90						
88,3			90					
89		115			60	34		25
89,8							0	
91	136	127	109	90	75	48	8	5

3° Enfin, avec des coulisses identiques mais plus longues (30 cm.), j'ai repris les mesures de phase. x et y varient de 70 à 96 cm. Les courbes de phases déduites du tableau suivant et tracées sur la figure 29 sont toujours déduites de l'une d'elles par translation. On peut écrire :

$$\varphi = \text{arc tg}\,\frac{x-87{,}5}{3} - \text{arc tg}\,\frac{y-87{,}5}{3}.$$



(a) (b)

Fig. 28.

y \ x	70	77	81	85	86	86,5	87	88	92	96
70	0	0		24	30	40	62	90	134	154
77	10	5		20	22	37	60	74	133	146
81	26	18		4	(30)	31	47	66	124	138
83				0						
84,3					0					
85	54	45		12		13	19	41	96	122
86	(56)	48		24	9	0	10	31		115
86,5	(57)	60		29	(15)	8		(32)	90	102
87	(58)	61		37	22	14	0	15		
87,8								0		
88		90	77	50	35	31	16	6	62	90
90				90						
91					90					
92	140	140	118			90	(57)	64	0	(18)
96	147	(153)	137	(115)	117	115	90	82	15	0

Conclusions. — 1° Les phénomènes sont les mêmes avec un tuyau en T ou avec un tuyau en Y. Seules sont changées les longueurs OA et OB de quelques centimètres. D'ailleurs, d'autres causes peuvent

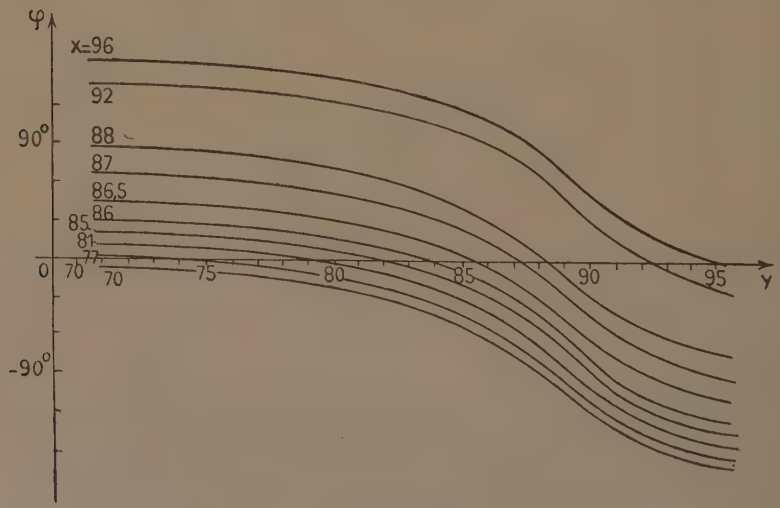


Fig. 29.

produire le même résultat (forme des coulisses en particulier). On peut donc admettre que l'angle à la bifurcation ne joue aucun rôle essentiel et que les vibrations se propagent directement aussi facilement que dans la branche latérale (tuyau en T).

2° Les variations de φ dépendent de deux variables, dont l'une m'a jusqu'ici servi de paramètre. Une représentation plane différente est possible, en particulier une représentation où φ sert de paramètre ou de cote pour les courbes dites de niveau. Elle montre, particulièrement bien pour la dernière série de mesures, la symétrie presque parfaite en x et y (fig. 30).

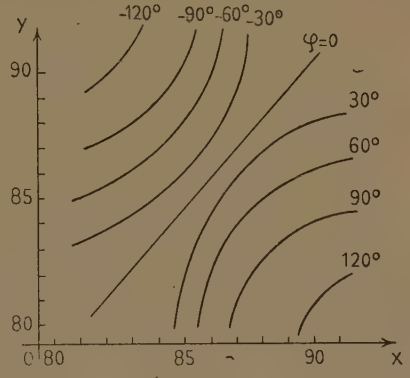


Fig. 30.

La courbe cotée o est une droite sensiblement confondue avec la bissectrice des axes. De part et d'autre de cette droite définie par une courbure nulle, les courbes de niveau doivent avoir des courbures de signes opposés et leur distance minima à la droite de courbure nulle doit être la même pour les deux cotes qui ne diffèrent que par leur signe. La figure montre que le lieu de ces minima de distance est une droite faisant un angle petit avec la normale à la droite de cote o.

Effet filtre. — Etant donné un tuyau unique COA (fig. 16), convenablement réglé pour la fréquence 100 et fermé aux deux bouts, on adjoint au ventre ou au voisinage du ventre une cheminée fermée de même diamètre, perpendiculaire OB. L'onde quasi stationnaire qui existait dans la portion OA est maintenant partagée entre les portions OA et OB. Si on modifie les longueurs OA et OB, il y a changement rapide de la répartition des intensités comme le montrent les graphiques précédents.

Par exemple, l'amplitude diminue de 19 à 12 en A pour une variation de longueur de la branche OB de 2 cm. seulement; ce qui fait pour l'énergie une diminution de 361 à 144, soit de plus de moitié. Il s'ensuit que si l'une des longueurs OA ou OB s'éloigne de quelques centimètres seulement d'un quart de longueur d'onde, l'autre gardant cette valeur, la quasi-totalité de l'énergie se trouve dans la deuxième.

Les courbes des amplitudes en A et B montrent bien l'effet de filtre réalisé par le dispositif, depuis longtemps mentionné et réalisé par Quincke (3); effet d'autant plus manifeste que le filtrage s'entend non sur l'amplitude d'une onde stationnaire ou quasi stationnaire logée, mais dans un volume très grand ou même illimité, dans lequel aucune résonance n'agit pour distraire l'énergie vibratoire de la fréquence sélectionnée par le filtre.

Si, au lieu d'un tuyau fini COA, on considère un tuyau indéfini sur lequel on branche une cheminée fermée, les sons passant dans le tuyau et pour lesquels la longueur de la branche latérale sera un quart de longueur d'onde, seront supprimés dans la suite du tuyau principal.

Dans le cas d'une onde progressive venant de la gauche (fig. 31), on peut dire qu'en O elle se partage en deux ondes d'intensités égales (si la cheminée a le même diamètre que le tuyau). L'onde qui a pénétré dans la branche latérale se réfléchit en B, remonte et en O rejoint l'autre, ayant sur elle un retard correspondant à une demi-longueur d'onde. Il n'y a plus de mouvement vibratoire au delà de O vers la droite.

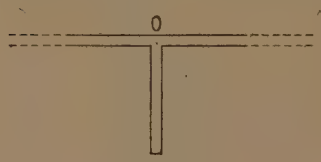


Fig. 31.

Cependant, dans le cas d'une onde stationnaire, une ouverture au ventre avec adjonction d'une cheminée ne devrait pas permettre à l'air contenu dans celle-ci d'entrer en vibration. En effet en O il n'y a pas de variations de pression (ventre) ; par conséquent aucune vibration ne peut se propager dans la branche latérale. En réalité, l'ouverture n'est pas ponctuelle et intéresse donc une longueur trop grande pour admettre en face de l'ouverture tout entière l'absence de variations de pression. Et surtout l'onde dont nous nous occupons n'est certainement pas stationnaire. On se rapprocherait des conditions idéales avec une intensité beaucoup plus faible ; mais dans ce cas les mesures ne sont plus possibles.

L'ensemble se comporte donc comme un résonateur ; pour un volume total donné l'énergie reste constante. Ceci est vrai tant que les longueurs OA et OB sont voisines d'un quart de longueur d'onde. Pour x et y compris entre 85 et 87 cm., l'énergie totale (somme des carrés des intensités en A et B) reste sensiblement constante (variant entre 100 et 140). Au delà de ces valeurs (85 et 87) elle diminue plus rapidement ; pour $x = y = 80$ cm., elle n'est plus que de 45.

Volume introduit dans un tuyau en Y. — Pour un tuyau en Y, le volume de chaque branche est la seule variable, à condition que ses variations soient petites. Nous avons déjà remarqué cela lorsque les deux coulisses n'étaient pas identiques.

Inversement l'adjonction d'un volume u limité près d'un nœud revient à augmenter la longueur du tuyau d'une quantité égale à u/S, S étant la section du tuyau.

L'introduction d'un solide de volume connu et de forme quelconque près d'un nœud équivaut à une diminution de longueur du tuyau. Il faut seulement que le solide introduit soit assez petit (60 cm^3 au plus)

et que sa forme soit assez ramassée pour lui permettre d'être logé près du nœud (10 cm. de longueur au plus). Dans des conditions, si l'on part d'une position pour laquelle A et B sont en concordance de phase, on rétablit cette concordance après introduction du solide en allongeant le tuyau de façon à lui redonner le même volume. Pour différents volumes introduits, les allongements nécessaires sont les suivants :

Volumes en cm³ . .	7	10	11	19	28	31	58	62
Allongements en cm.	5	8	8	14	21	22	47	48

Il n'en est plus de même si le volume est introduit en un autre point du tuyau ; en particulier près du ventre, où l'effet est au contraire un allongement du tuyau. Il faut alors raccourcir le tuyau pour rétablir la concordance de phase. Voici pour un solide en forme de cylindre circulaire, de diamètre 15 mm. et de volume $v = 8$ cm³, l'allongement nécessaire pour rétablir la concordance de phase entre A et B, en fonction de la distance x de l'extrémité du corps introduit au tampon A (fig. 32).

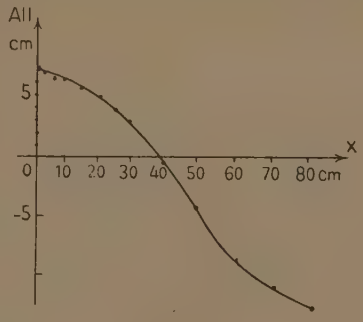


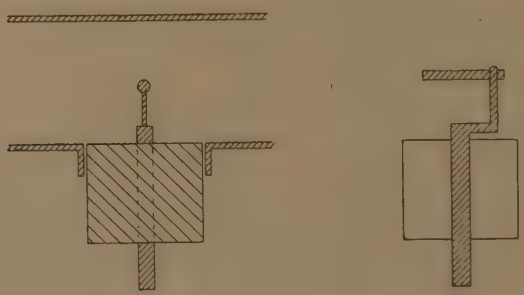
Fig. 32.

Le passage de la courbe dans la région des allongements négatifs suggère que, au ventre, l'adjonction d'un volume supplémentaire équivaut à un raccourcissement du tube, tandis que l'introduction d'un solide de volume petit équivaut à un allongement. Ces conclusions sont toutes vérifiées par l'expérience. En particulier l'ouverture pratiquée dans la paroi rompt l'accord préalablement établi. Nous avons vu que la pression qui y était nulle dans le tuyau bien réglé, y garde, après ouverture, le signe de la pression au tampon, ce qui veut dire que le tuyau est devenu trop court pour loger une demi-longueur d'onde.

CHAPITRE IV

Obstacles solides ventraux.

Montage. — Nous utiliserons toujours le même tuyau sonore en T, sans branchement latéral, dont les distances OC et OA soient telles que l'amplitude donnée par une capsule branchée en A soit maxima, et que l'on ait un ventre au lieu d'observation (maximum de longueur des bâtonnets). Cette dernière condition est certainement moins bien remplie que la première, car la longueur des bâtonnets formés par les poussières se mesure avec moins de précision que la longueur des



(*a*) (*b*)

Fig. 33.

segments rectilignes donnée par la capsule, à cause de leur mouvement.

L'ouverture au ventre du tuyau (sur laquelle était branchée la dérivation en T) est fermée de façon étanche par un bouchon portant les différents obstacles que l'on veut y placer. Le montage est indiqué par les figures 33 *a* et 33 *b*. Il est possible, de l'extérieur, d'orienter convenablement l'obstacle et de le placer à la hauteur voulue.

Ces obstacles sont :

1° Des fils métalliques rectilignes dont le diamètre varie de 0,1 à 1,6 mm. Ils sont placés perpendiculairement à l'axe du tuyau et dans la direction de l'observation. Ils sont assez longs pour occuper environ les 2/3 du diamètre du tuyau.

2° Des demi-cylindres découpés dans un cylindre circulaire complet, par usure d'une moitié jusqu'au plan axial, le diamètre du cercle directeur variant de 1,5 à 6,3 mm.

3° Lames épaisses de section rectangulaire, les épaisseurs varient de 0,15 à 25 mm., les hauteurs de 1,4 à 27,2 mm. L'une de leurs faces est perpendiculaire à l'axe du tuyau et par conséquent au plan d'observation. Leur longueur (direction de l'observation) est suffisante pour occuper les 2/3 du diamètre du tuyau. Ces lames sont à arêtes vives et les angles des faces adjacentes sont droits.

4° Obstacles de formes variables, toujours cylindriques, la direction des génératrices étant celle de l'observation, et dont la section peut être : 1/2 cylindre creux, forme en V, en U, etc.

5° Des grilles à fils parallèles ou à fils parallèles et perpendiculaires.

6° Une fenêtre rectangulaire, dans un écran suffisamment grand.

Le sens de déplacement de la poussière sur sa trajectoire elliptique est déterminé visuellement par un stroboscope à lame vibrante, ce qui nécessite la présence d'un foyer supplémentaire (fig. 11 *a*). Pour photographier, il y a avantage à supprimer l'une des lentilles (fig. 3) et donc à compléter les données du cliché relatives à la forme des ellipses, par les données visuelles relatives au sens de parcours des trajectoires. J'ai donc préféré changer le montage, chaque fois qu'il fallait reconnaître un sens de circulation.

Ellipses. — 1° En principe, pour une amplitude convenable, au voisinage de toute discontinuité, au ventre du tuyau, à condition que cette discontinuité soit assez marquée, il y a des ellipses fixes que nous appellerons stationnaires; cela parce qu'elles persistent fort longtemps, immuables comme forme et comme position, dans le champ du microscope (fig. 34 *a*). Elles sont toutes égales entre elles, alignées le long d'une arête de l'obstacle qu'elles touchent presque par l'un de leurs sommets.

Pour une injection abondante d'amidon, on en voit un très grand nombre qui se projettent l'une sur l'autre, ce qui rend bientôt l'observation très difficile. Il suffit alors de donner un coup sec sur le tuyau pour en détacher quelques-unes; elles reviennent peu à peu mais il est possible d'observer et de photographier tant qu'il n'y a qu'une poussière pour former l'ellipse stationnaire.

Il n'est pas rare que deux ou plusieurs poussières s'agglutinent en une seule particule plus grosse dont la trajectoire est alors plus lumineuse et convient bien à la photographie. Il s'agit d'une véritable agglutination de mobiles et non pas de leur poursuite le long d'une même trajectoire.

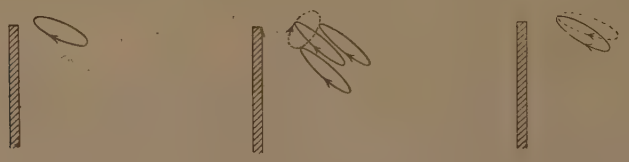
Le sens de parcours des ellipses sur l'arc d'ellipse le plus voisin de l'obstacle, va du corps de l'obstacle vers l'arête ou vers la génératrice du cylindre qui en tient lieu.

2° Au mouvement vibratoire engendré par le téléphone s'ajoute, pour l'air du tuyau, un mouvement non périodique de circulation fermée dans un plan normal aux génératrices du cylindre obstacle.

Ce mouvement est décelé par les poussières elles-mêmes qu'on voit très régulièrement passer puis repasser près de l'obstacle, sans jamais s'arrêter sur leur ligne de circulation ou revenir en arrière.

Loin de l'obstacle, les poussières décrivent généralement des bâtonnets qu'on voit se translater, immuables en direction et grandeur, le long de la ligne de circulation. Quand la trajectoire périodique est une ellipse (non stationnaire) ; cette courbe se translate également, à peu près inchangée, au moins loin de l'obstacle.

La circulation peut se définir par des ovales, emboîtés les uns dans les autres, qui passent tous entre l'ellipse stationnaire et l'obstacle, où ils forment un réseau de lignes très denses ; tandis que loin de l'obstacle, les lignes laissent entre elles un plus grand intervalle. Conséquemment, la vitesse de circulation est plus petite loin de l'obstacle, très grande entre l'ellipse stationnaire et l'obstacle. Là, ni bâtonnets ni ellipses ne sont visibles. Les mobiles ne sont identifiables qu'à quelque distance de l'obstacle, où les deux mouve-



(*a*) (*b*) (*c*)

Fig. 34.

ments se combinent pour boucler la trajectoire résultante, tant à l'approche qu'à l'éloignement.

En laissant se déposer la plupart des poussières, il est aisé d'en suivre pendant des minutes, une ou plusieurs, dont la circulation semble devoir persister indéfiniment.

L'ellipse stationnaire semble la ligne limite de circulation, ligne périodique celle-là, ligne limite qui n'a pas de voisines. Les poussières passant entre elle et l'obstacle ont une vitesse tellement grande qu'elles sont rejetées sur des ovales de grandes dimensions.

Aucune poussière n'est visible à l'intérieur de l'ellipse stationnaire. Celles qui s'y trouvent accidentellement sont entraînées sur l'ellipse et s'y agglutinent à la poussière qui s'y trouve déjà.

3° La circulation observée dans le champ du microscope n'est en réalité que la projection sur le plan de visée de la circulation vraie, qui perce plus ou moins obliquement ce plan, suivant que l'on observe plus ou moins près des extrémités de l'obstacle, ou encore que l'obstacle est lui-même placé plus ou moins symétriquement par rapport aux parois du tuyau. De là un phénomène remarquable, fréquemment observé, lorsque, après une abondante injection de pous-

sières, on maintient l'excitation pendant plusieurs minutes. Sans se déformer et sans modifier leur orientation par rapport à l'obstacle, plusieurs ellipses voisines s'associent en un faisceau ou paquet, de manière à se toucher par leurs petits axes, les grands axes restant parallèles. Le paquet se met à tourner autour d'une droite fixe, parallèle à la direction commune des grands axes, comme le ferait un rouleau dont l'axe est fixe (fig. 34 *b*).

Le sens de rotation dépend de la dissymétrie du système. La durée d'une révolution (observable facilement quand le paquet contient seulement 2 ou 3 ellipses) n'a aucun rapport avec la période des vibrations et peut atteindre près d'une seconde. Elle est remarquablement constante pour un paquet constitué, variable d'un paquet à un autre, plus grande au milieu des lames que vers les extrémités.

Les poussières d'un paquet, dont chacune d'ailleurs est grossie par agglutination avec d'autres, semblent former un système assez volumineux pour subir l'influence de la dissymétrie de la circulation.

4° A ces questions de circulation on peut rattacher le fait suivant : Les grands axes des ellipses stationnaires sont parfois animés d'un mouvement oscillatoire, dans le plan de visée, autour du sommet voisin de l'arête (fig. 34 *c*). La période de ce mouvement est indépendante de celle du mouvement vibratoire du tuyau et beaucoup plus grande (de l'ordre de 1/2 ou 1 seconde). D'ailleurs elle varie suivant les cas et suivant la grosseur du mobile, alors que la période du mouvement vibratoire du tuyau est fixée invariablement à 1/100 de seconde.

Forme et position des ellipses stationnaires. — Pour une longueur d'obstacle de 2,5 cm. (suivant la direction de l'observation), on observe des ellipses stationnaires sur une longueur de 2 cm. au moins. L'observation vers l'axe du tuyau peut donc se ramener à un problème à deux dimensions, en éliminant la direction parallèle à celle de l'observation. La matière dont sont formés les obstacles n'intervient pas, pourvu qu'ils soient suffisamment rigides. Par exemple il n'y a pas d'ellipses stationnaires pour un obstacle formé d'une mince feuille de papier.

1° Fils cylindriques. — On a quatre ellipses stationnaires disposées comme l'indique la figure 35 *a*, où le sens de circulation est représenté par la flèche. Le tuyau est supposé horizontal. Lorsqu'on fait croître le diamètre du fil de 0,1 mm. à 1,6 mm., les ellipses sont d'abord très peu ouvertes (ouverture à peine perceptible au microscope) et presque parallèles à l'axe du tuyau, la tangente horizontale supérieure au fil obstacle étant également à peu près tangente en dessus aux deux ellipses supérieures (fig. 35 *b*). Elles s'ouvrent peu à peu et se relèvent, jusqu'à avoir un petit axe qui est 1/3 du grand, leurs grands axes faisant avec l'axe du tuyau un angle de 45°

environ. De plus, les ellipses s'éloignent peu à peu de l'axe de l'obstacle, cet éloignement s'opérant à peu près à 45° de l'axe du tuyau. La distance du centre de l'ellipse à l'axe du fil est une fois et demie à deux fois celle du grand axe (fig. 35 *c*).

2° On peut ramener à ces fils de section circulaire, des demi-cylindres ou des lames terminées par des demi-cylindres (fig. 35 *e* et 35 *f*). En plus des ellipses stationnaires dues aux arêtes, dont il sera question au 3°, on trouve deux ellipses. Lorsque le rayon du demi-cylindre augmente, les ellipses se déforment et ont un lent mouvement

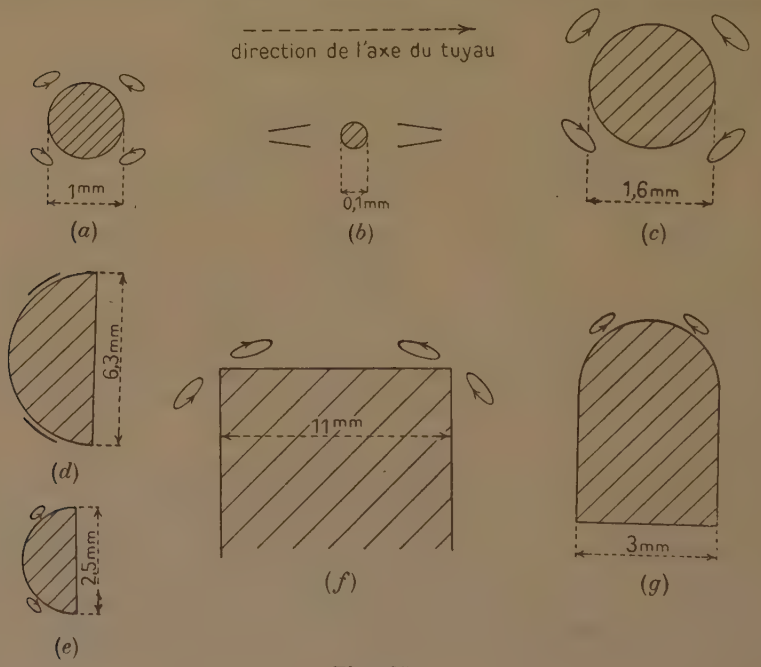


Fig. 35.

d'oscillation autour d'une position déterminée; pour un diamètre de 6,3 mm., les ellipses sont devenues des arcs de cercle, sans ouverture appréciable, parallèles à la section du cylindre (fig. 35 *d*).

3° Lames (Planche : *g*, *h*, *i*). — Les ellipses varient en nombre, position, grandeur et stabilité suivant :

a) Leur *hauteur* ; celle-ci varie de 0,6 à 27,2 mm. ; l'épaisseur étant inférieure à 0,6 mm. Si l'on maintient le milieu de la lame sur l'axe du tuyau (fig. 36 *a*) on ne peut plus voir d'ellipses pour des hauteurs *h* supérieures à 18 mm. ; car le point est trop éloigné de l'axe du tuyau. C'est sans doute la réaction des parois du tuyau qui en est

la cause. Si l'on maintient sur l'axe du tuyau l'un des bords horizontaux de la lame (fig. 36 *b*) ; les phénomènes sont les mêmes pour toutes les valeurs de h supérieures à 3 mm. C'est donc qu'à partir de cette valeur de h les mouvements aux deux bords horizontaux sont indépendants.

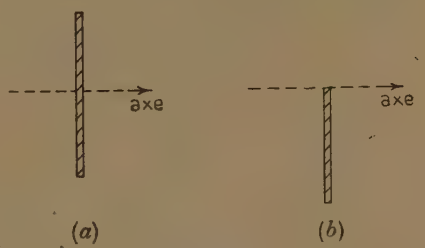


Fig. 36.

b) L'*intensité* du courant (ou l'amplitude du mouvement vibratoire). Une intensité déterminée convient le mieux à chaque cas. Par exemple : pour une lame de hauteur $h = 28$ mm. et d'épaisseur 0,13 mm. on a :

Si l'amplitude a (en l'absence d'obstacle) est inférieure à 3/10 mm. il n'y a pas d'ellipses stationnaires.

Si $a = 3/10$ mm. : ellipses en léger mouvement, inclinées environ à 60° sur l'axe du tuyau.

Si $a = 4/10$ mm. : ellipses à peu près fixes, inclinées à 45°.

Si $a = 6/10$ mm. : on a la limite des ellipses, inclinées à 30° et plus éloignées de la lame.

Si a est supérieur à 6/10 mm. il n'y a plus d'ellipses.

c) L'*épaisseur*. Pour une épaisseur supérieure à 5 mm. il y a quatre ellipses stationnaires à chaque extrémité, avec le sens de circulation indiqué par la figure 35 *g*. Huit ellipses sont visibles, quatre à chaque extrémité, avec l'ensemble de la lame épaisse qui, en réalité, est un carrelet de 11 mm. de côté.

Remarque. — Quelle modification entraîne pour le mouvement vibratoire de l'ensemble du tuyau la présence d'un obstacle au ventre? L'amplitude des variations de pression étant mesurée par une capsule branchée au fond du tuyau, à l'extrémité opposée au téléphone, il n'y a pas de variations d'amplitudes lorsqu'on introduit la plupart des obstacles. Dans le cas d'une lame de 27 mm. de hauteur et de 30 de longueur (suivant la direction de l'observation) il y a diminution de l'amplitude dans la proportion de 12 à 11 ; et cependant dans ce cas la lame occupe les 2/3 de la section du tuyau.

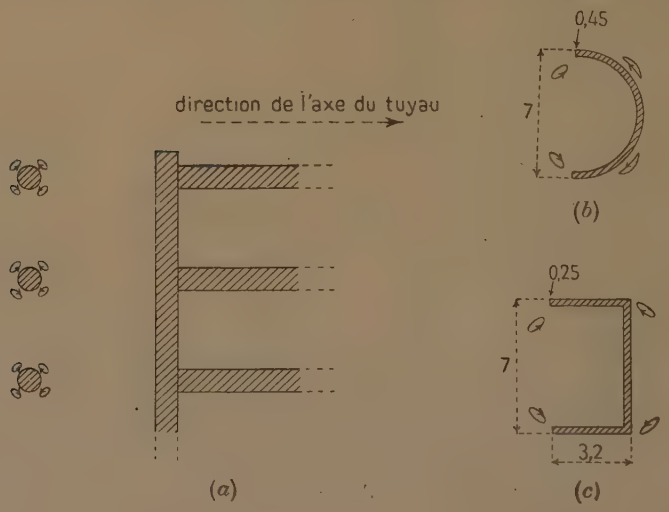
4° Grille. — Si les mailles sont suffisamment larges, les différents fils agissent séparément, chaque fil étant entouré de quatre ellipses stationnaires, comme dans le cas du 1° (fig. 37 *a*) ; c'est ce qui se passe pour une grille simple formée de fils de 0,8 mm. de diamètre et dont les axes sont distants de 3,8 mm. Il y a encore des ellipses pour des intervalles entre les fils de 1,5 mm. Pour une grille plus serrée, il n'y a pas d'ellipses stationnaires.

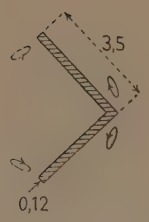
Dans le cas d'une grille à deux séries de fils perpendiculaires, il

n'y a pas d'ellipses, du moins pour les dimensions utilisées (3,8 mm.).

5° Obstacles divers. — Il y a des ellipses stationnaires aux abords de toute discontinuité, d'autant plus ouvertes et d'autant plus fixes que la discontinuité est plus accentuée (fig. 37 *b*, 37 *c*, 37 *d*). Les dimensions des figures sont données en millimètres.

6° Fenêtre rectangulaire de 5 mm. de hauteur. Il y a des ellipses





(*d*)

stationnaires au voisinage de toutes les arêtes ; tout se passe comme s'il y avait quatre lames distinctes dont deux d'entre elles seulement, la supérieure et l'inférieure sont disposées pour déceler la forme elliptique des stationnaires. Sur les bords verticaux de la fenêtre, les ellipses sont vues par la tranche comme des bâtonnets horizontaux parfaitement stationnaires.

Conclusion. — Au moins pour des amplitudes convenables, il y a des ellipses stationnaires au voisinage de toute discontinuité.

Le grand axe de ces ellipses est supérieur aux grands axes des ellipses non stationnaires, s'il y en a, ou à la longueur des bâtonnets. Le rapport des deux vecteurs peut varier suivant les cas du simple au double.

Il semble donc que les ellipses stationnaires se trouvent placées en un point où l'amplitude du mouvement (ou de la vitesse) est maxima.

On peut vérifier ce maximum. Il s'agit bien entendu de chercher

le maximum de la quantité V_0, la vitesse réelle étant donnée en fonction du temps par $V_0 \cos kat$ par exemple.

Pour les bâtonnets, V_0 est proportionnel à leur longueur. Pour les ellipses, V_0 est proportionnel au grand axe. En effet : prenons pour axes de coordonnées les axes de l'ellipse, on a :

$$\left|\begin{array}{l} x = A \sin kat \\ y = B \cos kat \end{array}\right. \quad \text{on en tire :} \quad \left|\begin{array}{l} x' = \frac{dx}{dt} = A\, ka \cos kat \\ y' = \frac{dy}{dt} = -B\, ka \sin kat \end{array}\right.$$

$$V^2 = x'^2 + y'^2 = k^2a^2(A^2 \cos kat + B^2 \sin^2 kat).$$

Cette valeur est maxima pour $kat = 0$ si A est le grand axe de l'ellipse ; on a alors : $V_0^2 = k^2a^2A^2$. La vitesse V_0 est bien proportionnelle au grand axe de l'ellipse.

Pour vérifier que les ellipses stationnaires correspondent à un maximum de vitesse, il suffit donc de mesurer la longueur des différents bâtonnets et les grands axes des différentes ellipses. On vérifie aisément sur les clichés que celui de l'ellipse stationnaire est le plus grand.

Hypothèses. — 1° La loi de Bernouilli : $p/\rho + V^2/2 = F(t)$, où p est la pression du fluide, ρ sa masse spécifique, V la vitesse, peut s'appliquer ici, avec cette particularité que la vibration étant stationnaire, $F(t)$ est la même fonction pour tous les points du tuyau, et que sa variation avec le temps n'exclut pas dans l'espace l'existence de maxima et de minima localisés. Au maximum de vitesse doit correspondre un minimum de pression, minimum très apte à expliquer la circulation non périodique, remarquablement persistante tant que dure l'excitation et dont il a été question ci-dessus.

Il est paradoxal de trouver dans un mouvement vibratoire assez rapide, l'application d'une loi qu'on a l'habitude de n'appliquer qu'à des régimes d'écoulement permanents. Le paradoxe cesse si l'on constate que les vitesses en tous les points du tuyau ont des vibrations parfaitement synchrones, et que les maxima de l'amplitude, décelés par l'observation en certains points du tuyau, entraînent comme conséquence des maxima de la vitesse instantanée aux mêmes points. Si le régime n'est pas permanent, il y a permanence du maximum de vitesse au point occupé par l'ellipse stationnaire.

2° Le cas le plus simple est évidemment celui d'un obstacle constitué par un fil à section circulaire (4). Le problème peut être réduit à deux dimensions. Nous admettrons qu'il y a au voisinage de l'obstacle superposition de deux ondes : l'onde stationnaire et une onde diffractée par l'obstacle. Il suffit donc de prendre un potentiel des vitesses correspondant à l'onde stationnaire et de lui ajouter un

potentiel correspondant à l'onde diffractée ; avec les conditions aux limites : le long de la surface du cylindre la vitesse doit se réduire à sa composante tangentielle, et, loin de l'obstacle, on doit retrouver l'onde stationnaire seule.

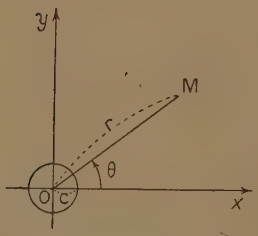


Fig. 38.

Le potentiel des vitesses pour l'onde stationnaire, à un coefficient près peut s'écrire :

$$\Phi = e^{ikat}(e^{ikr\cos\theta} - e^{-ikr\cos\theta}).$$

Dans cette formule a est la vitesse du son dans le tuyau, $k = 2\pi/\lambda = 2\pi N/a$, r et θ sont les coordonnées polaires par rapport à l'axe du fil cylindrique dont la trace sur le plan de la figure est le pôle, et à l'axe du tuyau qui est l'axe polaire (fig. 38). Le potentiel qui, par dérivations convenables donnera les composantes de la vitesse sera la partie réelle de Φ. Ce potentiel, abstraction faite du facteur e^{ikat} se décompose en série de Fourier, au moyen des fonctions de Bessel de première espèce ; on a ainsi :

$$\Phi_1 = \left(2ikr - i\frac{k^3r^3}{4}\right)\cos\theta - i\frac{k^3r^3}{12}\cos 3\theta.$$

Nous nous sommes limités aux termes du troisième degré en kr, qui est petit. En effet on a approximativement : $k = \frac{6{,}28 \cdot 100}{330\,000} = 1{,}9 \cdot 10^{-3}$ par millimètre, r ne dépassant guère 2 mm.

D'autre part, le potentiel des vitesses pour l'onde diffractée doit satisfaire à l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} ;$$

ou bien en posant $\psi = \psi_1 . e^{ikat}$, ψ_1 vérifiera l'équation $\Delta\psi_1 + k^2\psi_1 = 0$. Si ψ_1 est décomposé en série de Fourier, série de cosinus à cause de la symétrie par rapport à l'axe du tuyau, on aura pour les différents coefficients B_n de cette série l'équation différentielle :

$$\frac{d^2B_n}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dB_n}{dr} + \left(k^2 - \frac{n^2}{r^2}\right)B_n = 0.$$

Si on pose $kr = z$ et que l'on divise par k^2, on aura l'équation de Bessel : $\frac{d^2B_n}{dz^2} + \frac{1}{z}\frac{dB_n}{dz} + \left(1 - \frac{n^2}{z^2}\right)B_n = 0$. n étant un nombre entier la solution générale sera : $B_n = a_nJ_n + b_nN_n$. La détermination des coefficients a_n et b_n se fera en écrivant que sur le cylindre de rayon c, la vitesse est tangentielle ($V_r = 0$).

a) En première approximation (termes de degré o en kr ou kc), on trouve :

$$(1)\qquad \left|\begin{array}{l} \frac{1}{k}\,V_r = -\,2(1-c^2/r^2)\cos\theta \\ \frac{1}{k}\,V_\theta = -\,2(1+c^2/r^2)\sin\theta \end{array}\right.$$

Bien entendu il reste à mettre le facteur fonction du temps qui sera par exemple sin kat.

Ce résultat fait retrouver les composantes de la vitesse pour un écoulement continu, de vitesse uniforme au loin et égale à $2k$, avec un obstacle constitué par un cylindre circulaire immergé.

Ces formules ne donnent pas l'explication du phénomène : d'abord pas d'ellipses puisque le facteur fonction du temps est le même pour les deux composantes ; ensuite pas de maximum de la vitesse V ou de son carré $V^2 = V_r^2 + V_\theta^2$.

Il est certain que les expériences sont faites dans des conditions trop éloignées de celles des petits mouvements et, par conséquent, on ne peut se limiter aux premiers termes. Pour une amplitude de o,2 mm., celle des variations de pression est de l'ordre de 500 baryes, celle de la vitesse est $2\pi.N.0{,}2 = 125$ mm. par seconde.

Dans le cas d'un écoulement constant avec un obstacle cylindrique, on fait intervenir le nombre de Reynolds défini par : $R = \frac{V.c}{\nu}$, V étant la vitesse de l'écoulement, ν le coefficient cinématique de viscosité du fluide. Pour une vitesse d'écoulement maxima de 12 cm. par seconde, $c = 0{,}5$ mm. $= 0{,}05$ cm. et $\nu = 0{,}14$ C. G. S. on a $R = 4{,}3$. Cette valeur est trop grande pour que l'on puisse se servir des formules ci-dessus. Il y a, à l'arrière du cylindre (alternativement des deux côtés) formation de deux tourbillons.

Pour avoir un nombre de Reynolds plus petit que 1, il faudrait prendre une amplitude dix fois plus petite, pour laquelle les phénomènes ne sont plus mesurables, et d'ailleurs pour laquelle il n'y a probablement pas d'ellipses stationnaires.

b) En deuxième approximation (termes du troisième degré en kr ou kc) on trouve des formules non maniables (1), mais qui donnent des ellipses.

(1)

$$\frac{1}{k}\,V_r = \left\{\left[\left(\frac{c^2}{r^2}-1\right)\left(2+\frac{k^2r^2}{4}\left(5\,\frac{c^2}{r^2}+3\right)+k^2c^2C\right)+k^2c^2\left(\frac{c^2}{r^2}\log\frac{kc}{2}-\log\frac{kr}{2}\right)\right]\cos\theta \right.$$
$$\left. -\,\frac{k^2r^2}{4}\left(\frac{c^6}{r^6}-1\right)\cos 3\theta \right\} \sin kat - \frac{k^2c^2}{2}\,\pi\left(\frac{c^2}{r^2}-1\right)\cos\theta\cos kat$$

$$\frac{1}{k}\,V_\theta = \left\{\left[2\left(\frac{c^2}{r^2}+1\right)+\frac{k^2r^2}{4}\left(-\,\frac{5c^4}{r^4}+2\,\frac{c^2}{r^2}-1\right)-k^2c^2\left(\frac{c^2}{r^2}\log\frac{kc}{2}-\log\frac{kr}{2}-C\right)\right]\sin\theta \right.$$
$$\left. -\,\frac{k^2r^2}{4}\left(\frac{c^6}{r^6}+1\right)\sin 3\theta \right\} \sin kat - \frac{k^2c^2}{2}\,\pi\left(\frac{c^2}{r^2}+1\right)\sin\theta\cos kat$$

C étant la constante d'Euler.

En utilisant les formules (1) de première approximation, les lignes de courant sont représentées en coordonnées semi-polaires par $V_0 \sin \theta(r - a^2/r) \sin kat = C^{te}$. Ces lignes sont symétriques par rapport à la perpendiculaire à l'axe polaire (fig. 39 *a*). L'expérience montre qu'il y a dissymétrie comme l'indiquent les figures 39 *b* et 39 *c*, pour les deux maxima de la vitesse ($kat = \pi/2$ et $3\pi/2$). La ligne passe plus près de l'obstacle du côté où le fluide l'aborde, que du côté où le fluide s'en éloigne. Pour le mouvement vibratoire et pour son effet permanent, il faut superposer les deux sortes de lignes, ce qui donne la figure 39 *d*, où des deux côtés de l'obstacle, les lignes séparées

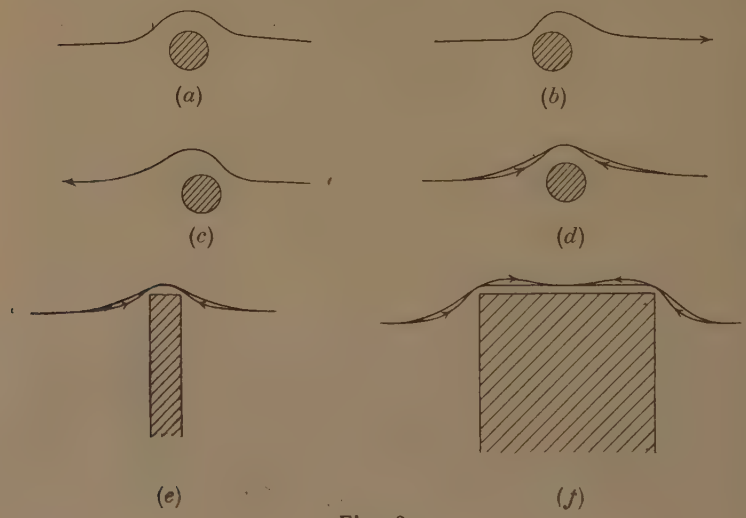


Fig. 39.

dessinent une courbe fermée, sur laquelle la circulation a exactement le sens observé dans les ellipses stationnaires. L'inertie des poussières entraînées est assez grande pour transformer en ellipse la courbe à deux rebroussements de la figure 39 *d*. Les figures 39 *e* et 39 *f* montrent l'application de ces principes à une lame ou à un carrelet.

Cherchons l'expression des composantes de la vitesse au voisinage d'une ellipse stationnaire, dans le cas d'un obstacle en forme de cylindre circulaire. Soient V_x et V_y les composantes suivant l'axe du tuyau et la perpendiculaire à cet axe dans le plan d'observation (fig. 38). Les formules (1) donnent, à un coefficient près :

$$\left| \begin{array}{l} V_x = \left[1 - \dfrac{c^2(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}\right] \sin kat \\ V_y = \dfrac{-2c^2xy}{(x^2 + y^2)^2} \sin kat \end{array} \right.$$

La dissymétrie mentionnée peut être représentée par une translation parallèle à l'axe polaire des lignes de courant théoriques. Cette translation varie périodiquement avec la fréquence du mouvement : $N = ka/2\pi$. La vitesse en un point sera la résultante de la vitesse en première approximation donnée ci-dessus, et de la vitesse de translation de la ligne de courant.

Pour $kat = \pi/2$, V est maximum ; la translation des lignes de courant est maxima, la vitesse de cette translation est nulle ; il y a donc un décalage de $\pi/2$ entre les deux vitesses. On a donc les composantes :

$$\left| \begin{array}{l} V_x = \left[1 - \frac{c^2(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}\right] \sin kat + A \cos kat \\ V_y = \frac{-2c^2xy}{(x^2 + y^2)^2} \sin kat \end{array} \right.$$

A est une fonction de x et y, donc de r et θ, et aussi de c, rayon de l'obstacle cylindrique.

CONCLUSION

J'ai essayé, dans l'étude qui précède, d'expliquer et d'ordonner la plupart des phénomènes accessoires engendrés par les diverses discontinuités qu'on peut rencontrer ou imposer au ventre d'un tuyau sonore accordé.

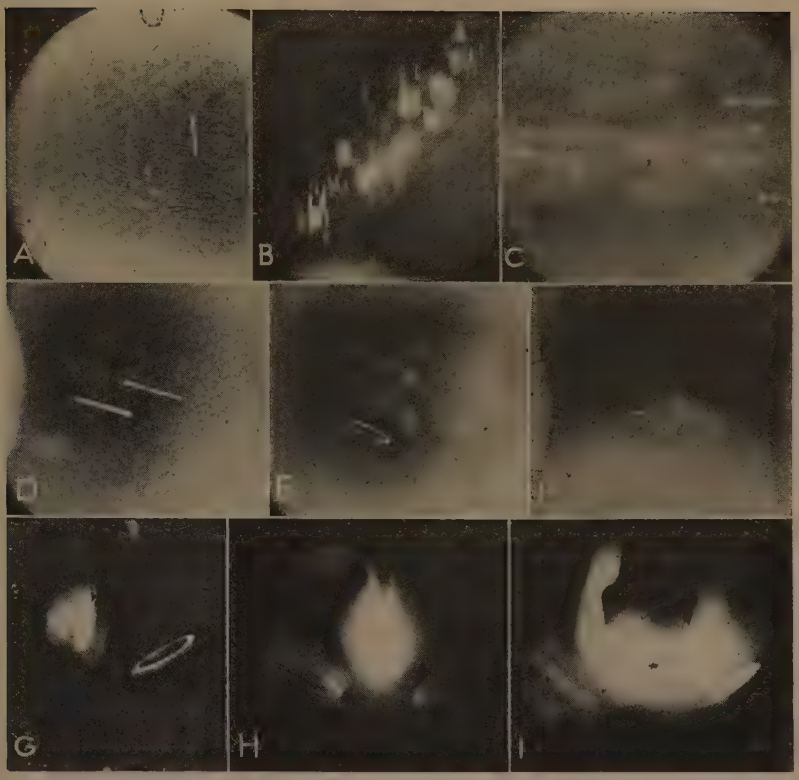
L'effet filtre du tuyau en T convenablement réglé est connu depuis Quincke et probablement depuis les devanciers de cet auteur. Mais on ne savait pas exactement en quoi consiste cet effet. J'ai montré qu'on peut mesurer avec une bonne précision les variations, soit des phases, soit des intensités, de part et d'autre de la longueur optima. Un microscope de projection d'un prix modéré fournit des clichés dont l'interprétation ne prête le flanc à aucune critique.

Les circulations remarquablement constantes et localisées au voisinage d'obstacles divers, permettent de prévoir prochaine la solution du problème des rides de Kundt. D'ores et déjà, l'origine de ces entassements sélectifs peut être attribuée à un maximum d'épaisseur de poussières accidentellement réalisé, maximum qui agit comme un des obstacles que j'ai étudiés, la circulation amenant continuellement des poussières sur le maximum qui grossit rapidement. Pourquoi la croissance du petit tas se fait-elle sous forme de stries normales à l'axe ? Pourquoi se forme-t-il plusieurs stries et pourquoi sont-elles sensiblement équidistantes ? La réponse à ces questions est probablement celle qui convient à l'explication des couches de tourbillons intermédiaires naturels entre la vitesse nulle sur la paroi et une vitesse assez grande à quelque distance de cette paroi.

Justement, se référant à une expérience de Dvorack, Lord Rayleigh (5) soumet au calcul les éléments d'une autre circulation cyclonique allant, dans le tuyau sonore accordé, le long de l'axe, d'un nœud vers le ventre voisin, le retour s'opérant du ventre vers le nœud. C'est ce flux de retour qui donnerait naissance à la couche de tourbillons adhérente à la paroi. En tous cas, dans la région où elles viennent en contact, les circulations ont bien des vitesses de même signe. Reste à vérifier qu'elles sont égales.

BIBLIOGRAPHIE

1. Z. Carrière. — Phase relative d'un champ sonore et des poussières en suspension qu'il excite *(à paraître)*.
2. Z. Carrière. — Analyse ultramicroscopique des vibrations aériennes. *J. de Physique*, [6], **10**, 203.
3. Quincke. — *Poggendorf Annalen*, **128** (1866), 177.
4. Rayleigh. — *The Theorie of Sound*, **2**, 297 et s.
5. Rayleigh. — *The Theorie of Sound*, **2**, 340.



A, B, amplitudes en N — C, amplitudes en M — D, bâtonnets en O (concordance de phase) — E et F, ellipses en O — G, H, I, ellipses stationnaires.

Masson et Cie, Éditeurs

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTÉ

Production des cristaux artificiels.

VU ET APPROUVÉ :

Toulouse, le 31 Décembre 1945.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

GEORGES DUPOUY.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Toulouse le 14 Janvier 1946.

Le Recteur

Président du conseil de l'Université,

PAUL DOTTIN.

DÉPOT LÉGAL : 1946, 2e TRIMESTRE, N° 362, MASSON ET Cie, ÉDITEURS, PARIS
BARNÉOUD FRÈRES ET Cie, IMPRIMEURS (31.0566). LAVAL. N° 445. — 5-1946.